# Studia graeco-arabica

Studies dedicated to Rüdiger Arnzen on His Sixtieth Birthday

Edited by Yury Arzhanov

10

2020

#### Editorial Board

Mohammad Ali Amir Moezzi, École Pratique des Hautes Études, Paris

Carmela Baffioni, Istituto Universitario Orientale, Napoli

Sebastian Brock, Oriental Institute, Oxford

Charles Burnett, The Warburg Institute, London

Hans Daiber, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt a. M.

Cristina D'Ancona, Università di Pisa

Thérèse-Anne Druart, The Catholic University of America, Washington

Gerhard Endress, Ruhr-Universität Bochum

Richard Goulet, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris

Steven Harvey, Bar-Ilan University, Jerusalem

Henri Hugonnard-Roche, École Pratique des Hautes Études, Paris

Remke Kruk, Universiteit Leiden

Concetta Luna, Scuola Normale Superiore, Pisa

Alain-Philippe Segonds (†)

Richard C. Taylor, Marquette University, Milwaukee (WI)

Staff

Elisa Coda, Cristina D'Ancona, Issam Marjani, Cecilia Martini Bonadeo

#### Submissions

Submissions are invited in every area of the studies on the trasmission of philosophical and scientific texts from Classical Antiquity to the Middle Ages, Renaissance, and early modern times. Papers in English, French, German, Italian, and Spanish are published. Prospective authors are invited to check the *Guidelines* on the website of the journal, and to address their proposals to the Editor in Chief.

#### Peer Review Criteria

Studia graeco-arabica follows a double-blind peer review process. Authors should avoid putting their names in headers or footers or refer to themselves in the body or notes of the article; the title and abstract alone should appear on the first page of the submitted article. All submitted articles are read by the editorial staff. Manuscripts judged to be of potential interest to our readership are sent for formal review to at least one reviewer. Studia graeco-arabica does not release referees' identities to authors or to other reviewers. The journal is committed to rapid editorial decisions.

#### Subscription orders

Information on subscription rates for the print edition of Volume 10 (2020), claims and customer service: redazione@pacinieditore.it

Web site: http://learningroads.cfs.unipi.it/sga

Service Provider: Università di Pisa, ICT - Servizi di Rete Ateneo

ISSN 2281-2687

ISSN 2239-012X (Online)

Registration at the law court of Pisa, 18/12, November 23, 2012.

Editor in Chief: Cristina D'Ancona (cristina.dancona@unipi.it)

Mailing address: Dipartimento di Civiltà e Forme del Sapere, via Pasquale Paoli 15, 56126 Pisa, Italia.

Italian Scientific Journals Ranking: A (ANVUR, Classe A)

Indexing and Abstracting; ERIH PLUS (SCH ESF); Index Islamicus (Brill Bibliographies); Scopus (Elsevier)

© Copyright 2020 by Pacini Editore Srl



Via A. Gherardesca • 56121 Pisa

IGP Industrie Grafiche Pacini

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, translated, transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without prior written permission from the Publisher. The Publisher remains at the disposal of the rightholders, and is ready to make up for unintentional omissions. *Studia graeco-arabica* cannot be held responsible for the scientific opinions of the authors publishing in it.

#### Cover

Mašhad, Kitābḥāna-i Āsitān-i Quds-i Raḍawī 300, f. 1v Paris, Bibliothèque nationale de France, grec 1853, f. 186v

# Zwischen Arithmetik und Esoterik: Beobachtungen und Quellentexte zu den Grundrechenarten in der arabisch-islamischen Bildungstradition Nigerias

# Ulrich Rebstock, Stefan Reichmuth

#### Abstract

The article describes a printed collection of Hausa and Arabic materials and some Arabic manuscripts which are related to the discipline of  $His\bar{a}b$ , as taught and practiced among traditional Islamic scholars in Northern and Western Nigeria.  $His\bar{a}b$  is based on the use of the numerical value of the Arabic letters ( $his\bar{a}b$  al-gummal) and also involves the four fundamental arithmetical operations on the dust board. It further includes astronomical and astrological calculations, and the preparation of magical squares and other talismans. Focusing largely on the arithmetic parts of this peculiar discipline, a series of specific mnemonic words for elementary multiplication is identified, which seems to be of North African origin. The collection also include a unique set of model calculations based on the number 111.111, and its multiples 222.222 to 999.999 with its large set of prime number factors (2, 3, 5, 7, 11, 13, 37). It is without documented parallels outside the Central Sudan and is analysed here for the first time. The local technique of arithmetical calculation on the dust board, taken from a specialist in Ilorin (Western Nigeria), is then described and compared with the old method of "Indian arithmetic", which was introduced into the Muslim world in the  $10^{th}$  century. Despite some marked differences it shows a remarkable survival in West Africa.

In den arabisch-islamischen Bildungs- und Schriftkulturen Westafrikas und ihrer handschriftlichen Produktion, die in vielen muslimischen Gesellschaften der Region bis in die Gegenwart reicht, nehmen mathematische Disziplinen und Texte eine Sonderstellung ein. Während die grundlegenden Disziplinen der Arithmetik und Geometrie vielfach nur eine Randstellung im dokumentierten Schrifttum wie in der Bildungspraxis inne hatten, so sicherten doch die Erfordernisse der Zeitrechnung und des islamischen Erbrechts ihre feste Anbindung an die religiöse Bildung. Hinzu kamen die rechnerischen Grundanforderungen des kommerziellen Lebens. Viel weiter reicht aber bis heute die Beschäftigung mit Zahlenmystik und Astrologie und die Herstellung magischer Quadrate und Talismane für den alltäglichen Bedarf einer weitläufigen Kundschaft, die nach wie vor weit über den engeren Kreis der Muslime hinaus geht. Auch sie erfordert solide Kenntnisse der Zahlenwerte der arabischen Buchstaben und des Rechnens in den vier Grundrechenarten. Bis in die Gegenwart hat sich dafür in verschiedenen traditionsgebundenen gelehrten Milieus der Gebrauch des Sandbrettes (ar. taht) erhalten, das daneben auch zur Durchführung des Sandorakels (ar. hatt alraml) verwendet wird. Die Beziehungen von Rechnen, Zahlenmystik, Astrologie und Wahrsagerei

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Für eine vorläufige Charakterisierung des in den muslimischen Städten des subsaharanischen Afrikas verbreiteten mathematischen Schrifttums siehe M. Moyon, "Mathématiques et astronomie dans les 'manuscrits du desert': Première approche", in Kh. Kchir (Hrsg.), *Revisiter l'histoire des sciences, des savoirs, des techniques et des arts au Moyen Âge*, Laboratoire du Monde arabo-islamique médiéval, Tunis 2018, S. 16.

waren und sind dabei von großer praktischer Bedeutung. Sie fixierten die traditionelle arithmetische Praxis auch dort, wo sich für die Erfordernisse von Handel und Technik die Rechenmethoden der westlichen Schulbildung und später auch der Taschenrechner durchsetzen konnten.

Eine Prognose über die Zukunft dieser arithmetischen Tradition mit ihren weit zurück reichenden Wurzeln in der islamischen Bildungsgeschichte Nordafrikas und des Nahen Ostens kann derzeit nicht abgegeben werden. Sicherlich wurde sie durch ihre enge Verbindung mit der weithin anerkannten magisch-therapeutischen Praxis muslimischer Lehrer und Gelehrter über lange Zeit hinweg in erstaunlichem Maße stabilisiert. Sie gab der mathematischen Disziplin des hisāb eine sehr spezifische inhaltliche Prägung, die bis heute im Verständnis vieler westafrikanischer Muslime wirksam bleibt und die eine nähere Untersuchung und Dokumentation verdient.

Im folgenden sollen Einblicke in die Lehre und Praxis des Rechnens im muslimischen hisāb-Wesen anhand von mündlichen Informationen und Texten aus den Städten Ilorin und Ikirun im Südwesten Nigerias vermittelt werden. Grundlegend waren dafür die Gespräche von Stefan Reichmuth mit Alfa Isiaka Maliki (Oktober 1986, September 1989), einem angesehenen hisāb-Spezialisten in Ilorin, die die Methoden der Kalenderrechnung, der Erstellung magischer Quadrate und das Sandrechnen zum Thema hatten. Hierzu wurde auf Empfehlung von Alfa Maliki eine hisāb-Broschüre in Hausa in arabischer Schrift (ha. 'ajamii) erworben und herangezogen. Es handelt sich um den fotomechanischen Abdruck eines in nordnigerianischer Kalligraphie ausgeführten Textes aus Kano, der in Ilorin auf dem Buchmarkt erhältlich war. Die Broschüre wurde in der Stadt auch bei einem anderen islamischen Lehrer angetroffen, was darauf schließen lässt, dass sie im gelehrten Milieu Ilorins einigermaßen gängig war. Die Edition und ausführliche Bearbeitung dieser für die Bedeutung des hisāb im Kontext der islamischen Kultur Nigerias sehr bedeutsamen Zusammenstellung soll zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen (im folgenden als ḤS = Ḥisābi a saukakee "Ḥisāb leicht gemacht", Titel der Broschüre in Hausa).

Ebenfalls herangezogen wird eine weitere *ḥisāb*-Handschrift (im folgenden als Ms Ikirun) aus der Stadt Ikirun (heute Osun State, Nigeria; ca. 70 km südl. von Ilorin). Ihr Besitzer, Alfa Yaʻqūb b. Muḥammad Muḥtār (ca. 1890-1965), war ein weit gereister Lehrer, der insbesondere durch seine gedruckten Editionen lokal verbreiteter arabischer Texte bekannt wurde, die er in Kairo verlegen ließ.² Sein Nachlass, der u.a. viele magisch-therapeutische Texte enthält, wurde nach seinem Tod mikrofilmiert und ist als Mikrofilm in der Bibliothek der Universität Ibadan erhalten.³ Beide Texte, der Kanoer Druck wie die Handschrift aus Ikirun, weisen trotz sehr unterschiedlicher Gestaltung grundlegende Gemeinsamkeiten auf und erschließen damit anscheinend ein regionales Muster für die Lehre der Grundlagen des *ḥisāb*, das die Muslime in den Hausa-sprachigen Gebieten Nordnigerias wie auch im Yorubagebiet in West-Nigeria umfasst.

Beide Texte lassen die Verschränkung des Buchstabenrechnens auf der Basis der Zahlwerte der arabischen Buchstaben (hisāb al-ğummal) mit der Anwendung des Sandrechnens für die Grundrechenarten erkennen, die auf dem Sandbrett unter Anleitung eines Lehrers eingeübt werden müssen. Sie enthalten beide die bekannten Listen der Merkworte für die Zahlwerte der arabischen Buchstaben, wobei HS eine konsequente Gegenüberstellung des westlichen (im Maghrib und Westafrika üblichen) und des östlichen (im Nahen Osten verbreiteten) ab ğad-Systems und ihrer Abweichungen voneinander enthält. Hinzu kommt eine bisher noch nicht dokumentierte Version

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Nähere Angaben zu ihm s. u. Anm. 23.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> UIL microfilm no. 509, Kopie in der Materialsammlung Islam in Afrika, Lehrstuhl für Islamwissenschaft, Universität Bayreuth, NGA 5.5.1 V-1.

des Kleinen Einmaleins ebenfalls in mnemotechnischen arabischen Merkwörtern, die die jeweilige Multiplikationsrechnung in Buchstaben wiedergeben. Beide enthalten ferner eine Liste von neun Beispielaufgaben für die Multiplikation ausgewählter zwei- bis fünfstelliger Zahlen), ebenfalls in arabischen Buchstaben kodiert, mit neun gleichzahligen sechsstelligen Produkten (111.111 bis 999.999). Auch dieser eigentümliche Set von Rechenaufgaben wurde unseres Wissens bisher nicht dokumentiert.

Hinzu kommt ein weiteres Manuskript aus Ilorin, das 1987 in Ile Tapa Gbodofu (Balogun Fulani Ward, Ilorin) aufgenommen wurde und das *ab ğad-*Listen der arabischen Buchstaben sowie auch das Kleine Einmaleins enthält.<sup>4</sup> Von Papiertyp und Allgemeinzustand her dürfte es ins 19. Jahrhundert zu datieren sein (im folgenden als Ms Gbodofu).

Um einen Eindruck von der Breite des *ḥisāb*-Verständnisses zu gewinnen, das in diesen Texten erkennbar wird, sollen sie zunächst im folgenden kurz mit ihrem Inhalt vorgestellt werden, ehe ihr arithmetischer Gehalt näher betrachtet und mit Alfa Isiaka Malikis Angaben zum Sandrechnen ergänzt und verglichen wird. Auf dieser Grundlage soll dann eine Interpretation und vergleichende Bewertung des Befundes im Kontext der arabisch-islamischen Tradition der Grundrechenarten erfolgen.

Broschüre aus Kano (Kano State, Nordnigeria) (Abkürzung: ḤS):

1. Titelblatt in Hausa (S. 1, siehe Anhang Abb. 1):

Hisaabi a saukakee / wan da ya taara babbaku /da farfaruu dan saukin / fahimta gamee neeman / sani yaara da maataa, "Hisāb leicht gemacht: Zusammenstellung der Buchstaben mit und ohne Vokalzeichen (mit ihren Zahlwerten), zum leichteren Verständnis derer, die Wissen suchen, Jungen und Frauen".

an-Nāširu l-Ḥājji š-Šarīf Balaa / Gabaarii / Kano / al-Qādiriyyu / al-Kātibu Muḥammadu aṭ-Ṭāliṭu Inuwa / Kano Kuuree, "Herausgeber: Alhaji al-Sharif Bala Gabari Kano al-Qadiri. Schreiber: Muhammadu Saalisu Inuwa, Kano, Kure".

Rasco Press Limited, 17 Ibadan Road, Sabon Gari, Kano, o. J. (erworben in Ilorin, September 1989), 50 p.

Ein Druck mit identischem Titel und vergleichbarem Umfang (Katalog-Angabe: "51pp."), in einem anderen Verlag in Kano erschienen (Oluseyi Press) und mit der Autorenangabe '*Ubaa Na Kachallah Kano*, befindet sich in der nachgelassenen Handschriften-Sammlung des weit gereisten Kanoer Händlers und Gelehrten 'Umar Falke (1893-1962), die heute in der Bibliothek der Northwestern University in Evanston (U.S.) aufbewahrt wird. Ein gründlicher Vergleich der beiden Ausgaben steht noch aus; sollten sie sich ihrem Inhalt nach als identisch erweisen, dürfte das Werk selbst spätestens in den fünfziger Jahren entstanden sein.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Zur Lehrer- und Imam-Familie von Ile Tapa Gbodofu, die zu den ältesten und angesehensten Nupe-Familien Ilorins gehört, S. Reichmuth, "A Manifold Heritage: Glimpses of a Family Collection of Arabic Manuscripts in Ilorin and Its Transregional Links", *Manuscript Cultures* 10 (2017), S. 83-100.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Northwestern University Library, Herskovits Library Arabic Manuscripts, Umar Falke Collection No. 1284, https://search.library.northwestern.edu/primo-explore/fulldisplay?docid=01NWU\_ALMA21488017720002441 &context=L&vid=AFRINEW&lang=en\_US&search\_scope=arabic\_manuscripts&adaptor=Local%20Search%20 Engine&tab=arabic\_ms&query=any,contains,Falke%201284&sortby=rank&offset=0; West African Arabic Manuscripts Database No. 4075, https://waamd.lib.berkeley.edu/titles/4075?fieldName=collection (03.3.2020).

# 2. Einleitung (S. 2-5)

Die arabische hutba lobt Gott als den Barmherzigen, der den Menschen erschuf und ihn lehrte, was er nicht wusste (zit. Sure 96:1-5). Der Prophet wird gesegnet, der die Rechtleitung und die Religion der Wahrheit brachte, um ihr die Oberhand über alle Religion zu verleihen (Sure 9:33). Verschiedene Zitate von Prophetentraditionen wie "Die (wahre) Religion ist der gute Rat" (al-dīn an-naṣīḥa),6 und "Sucht das Wissen, und sei es in China!" (utlubū l-ʻilm wa-law bi l-ṣīn),7 leiten zum Thema der folgenden Einleitung in Hausa über, die das didaktische Anliegen des Autors und den Inhalt seines kleinen Buches erläutert. Er hat es insbesondere für junge Leute geschrieben, die vor der Kunst des hisāb zwar hohe Achtung haben, sich aber bald von ihren Schwierigkeiten abschrecken lassen; aber auch für solche, die sie von vornherein für gering achten. Er betont dagegen ihre große Bedeutung. Schließlich hat Gott die Sonne und den Mond mit ihrem Licht hervorgebracht und den Mondstationen ihr Maß gegeben, damit wir die Jahre zählen und zum Nachdenken kommen.8 In der Folge wird der Aufbau des Buches erläutert. Danach bittet der Autor wiederum Gott, ihm die Fähigkeit zu verleihen, die Unwissenden anzuleiten. Am Ende steht eine nochmalige eindringliche Aufforderung zum Erlernen der Kunst des hisāb. Wenn man sich mit ihr Mühe gibt und ihre Regeln gründlich erlernt, wird sie schließlich leicht werden, und man zieht großen Nutzen daraus.

3. Liste der arabischen Ziffern (1-10, 20-90, 100-1.000)

Mit den Buchstaben auf Hausa angegeben, die ihnen im *ḥisāb al-ǧummal* zugeordnet werden (S. 6, siehe Anhang Abb. 2).<sup>9</sup>

4. "Buchstaben und ihre Zahlwerte, zu einzelnen Merkwörtern (Namen) zusammengefasst" (bakaakee da alkalama wakan da suka taara suunaa ɗayaa).

Enthält die bekannte arabische *ab ğad*-Liste im westlichen System (siehe Anhang Abb. 2). Unter den vokalisierten, zu Merkwörtern angeordneten Buchstaben stehen die dazugehörigen "indischen" Zahlzeichen (*argām*):

abağada (1-2-3-4-) hawaza (5-6-7) haṭaya (8-9-10) kalamana (20-30-40-50) ṣaʿafaḍa (60-70-80-90) qarasata (100-200-300-400) ṭaḥaḍa (500-600-700) ṣaġaša (800-900-1000)

Bei diesen und den folgenden Merkworten und auch bei der Wiedergabe zwei- und mehrstelliger Zahlen ist allgemein zu bemerken, dass die Reihenfolge der *ğummal-*Buchstaben- bzw. Silbenzahlen wie der daruntergesetzten indischen *raqm-*Zahlzeichen entsprechend der Schreibrichtung von rechts nach links erfolgt, also: Tausender-Hunderter-Zehner-Einer. Dabei fehlt in allen drei untersuchten Manuskripten eine systematische Unterscheidung zwischen Stellen- und Zahlschreibweise. Hunderter-Zahlzeichen und Eintausend (*šīn*) tauchen nur in den *ab ğad-*Listen, nicht aber in den Rechnungen auf. Auf den Hunderter- und Tausenderstellen stehen dort also die entsprechenden

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Cf. A.J. Wensinck, Concordance et indices de la tradition musulmane, Brill, Leiden 1967, Bd. VI, S. 459.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Zu diesem häufig zitierten, in seiner Authentizität freilich hoch umstrittenen hadīt, M. al-Zabīdī, Tāğ al-ʿarūs, ed. ʿA.S.A. Farrāğ u.a., Matbaʿat Ḥukūmat al-Kuwayt u.a., al-Kuwayt 1965-2002, Bd. 35, S. 319f. (ṣ-y-n); S. Reichmuth, The World of Murtaḍā az-Zabīdī (1732-91). Life, Networks and Writings, Oxbow, Oxford 2009 (Gibb Memorial Trust), S. 109, 263f.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Übersetzt nach Sure 10:5.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Siehe zu den Zahlenwerten der arabischen Buchstaben und zu den mit den ab ğad-Merkwörtern verbundenen altarabischen Vorstellungen, G. Weil – G. Colin, "Abdjad", EP, I, S. 97f.; al-Masʿūdī, Murūğ ad-dahab, Bde. I-VII, Beirut 1966, hier Bd. II, S. 281f, §1180–1181; M. al-Zabīdī, Tāğ al-ʿarūs 7, S. 401ff. Farrāğ (b-ğ-d).

Einer- oder Zehner-Zahlzeichen. Nur auf den Zehnerstellen stehen – allerdings ohne erkennbare Ordnung – einmal die Zehner-, ein andermal die entsprechenden Einer-Zahlzeichen. Ein genauer Vergleich wird unten angestrengt.

5. "Aufreihung von Zahlen, die sich durch einen Punkt (für die Dezimalstelle) unterscheiden" (jeerawar alƙaluma da suka yi kama suka rarraba a ɗugoo) (S. 8)

Enthält die bekannte Merkwort-Reihe, die die neun Zahlen mit ihren dekadischen Triaden  $(n \cdot 10^0 - n \cdot 10^1 - n \cdot 10^2)$  auflistet (wiederum in westlicher Fassung, siehe Anhang Abb. 3):

ayqaša (1-10-100-1.000) bakara (2-20-200) ğalasa (3-30-300) damata (4-40-400) hanata (5-50-500) waşaha (6-60-600) zaʻada (7-70-700) hafaza (8-80-800) tadaga (9-90-900).

Die Bezeichnung der Dezimalstelle als "Punkt" dürfte auf die gängige Praxis verweisen, Nullen beim Rechnen durch einen Punkt zu markieren (s.u.).

6. "Kleines Einmaleins" in ab ğad-Notation (S. 9-23)

In voll vokalisierten Merkworten in systematischer Reihung der Multiplikanden zusammengestellt (siehe Anhang Abb. 3). Die Zahlen sind unter den Merkwörtern angeführt:

a) Gesammelte Multiplikationen (der Einerzahlen) mit zwei (bugun hada lissaafin biyuu biyuu) (S. 9-11): babdun ( $2 \cdot 2 = 4$ ) – bağwun ( $2 \cdot 3 = 6$ ) – badhun ( $2 \cdot 4 = 8$ ) (S. 9) – bahyun ( $2 \cdot 5 = 10$ ) – bawbiyyun ( $2 \cdot 6 = 12$ ) – bazdiyyun ( $2 \cdot 7 = 14$ ) (S. 10) – bahwiyyun ( $2 \cdot 8 = 16$ ) – baṭḥiyyun ( $2 \cdot 9 = 18$  – baykun ( $2 \cdot 10 = 20$ ) (S. 11)

Hier wie im folgenden werden für jede Multiplikationsaufgabe Frage und Antwort in knapper, standardisierter Form auf Hausa zum Merkwort dazugestellt: die Frage darüber, die Antwort darunter. Dabei wird die erst Zahl, der Multiplikand, immer doppelt genannt: z.B. biyuu biyuu saw biyuu ka cee? – hudu kee nan "Zwei (zwei) mal zwei? Sage!" – "Vier (ist es)!"; biyuu biyuu saw 'uku ka cee? – shida kee nan "Zwei (zwei) mal drei? Sage!" "Sechs (ist es)!". Das Produkt in Zahlen beschließt die Rechnung.

- b) Multiplikationen mit drei ('uku) (S. 12ff. Überschrift dazu fehlt): ğağţun  $(3 \bullet 3 = 9)$  – ğadbiyyun  $(3 \bullet 4 = 12)$  – ğahhiyyun  $(3 \bullet 5 = 15)$  – ğawhiyyun  $(3 \bullet 6 = 18)$  – ğazākun  $(3 \bullet 7 = 21)$  – ğahdakun  $(3 \bullet 8 = 24)$  – ğaţzakun  $(3 \bullet 9 = 27)$  – ğaylun  $(3 \bullet 10 = 30)$
- c) Multiplikationen mit vier (bugun hada lissafin hudu hudu) (S. 14-16): dadwiyyun  $(4 \bullet 4 = 16)$  dahkun  $(4 \bullet 6 = 20)$  dawdakun  $(4 \bullet 6 = 24)$  dazḥakun  $(4 \bullet 7 = 28)$  daḥbalun  $(4 \bullet 8 = 32)$  daṭwalun  $(4 \bullet 9 = 36)$  daymun  $(4 \bullet 10 = 40)$
- d) Multiplikationen mit fünf (bugun hada lissafin biyar biyar) (S. 17f.): hahhakun ( $5 \cdot 5 = 25$ ) hawlun ( $5 \cdot 6 = 30$ ) hazhalun ( $5 \cdot 7 = 35$ ) haḥmun ( $5 \cdot 8 = 40$ ) haṭhamun ( $5 \cdot 9 = 45$ ) haynun ( $5 \cdot 10 = 50$ )
- e) Multiplikationen mit sechs (bugun haɗa lissafin shida shida) (S. 19f.): wawlun ( $6 \bullet 6 = 36$ ) wazbamun ( $6 \bullet 7 = 42$ ) waḥḥamun ( $6 \bullet 8 = 48$ ) waṭdanun ( $6 \bullet 9 = 54$ ) wayṣun ( $6 \bullet 10 = 60$ )

f) Multiplikationen mit sieben (bugun hada lissafin bakway bakway) (S. 20f.):

```
zazţamun (7 \bullet 7 = 49) – zaḥwanun (7 \bullet 8 = 56) – zaṭ ǧaṣun (7 \bullet 9 = 63) [Ziffer 9 hier ausgefallen] - zayʿun (7 \bullet 10 = 70)
```

- g) Multiplikationen mit acht (bugun hada lissafin takwas takwas) (S. 22): hahdasun  $(8 \bullet 8 = 64)$  hatba'un  $(8 \bullet 9 = 72)$  hayfun  $(8 \bullet 10 = 80)$
- h) Multiplikationen mit neun (bugun hada lissafin tara tara) (S. 23):

  tat afun (9•9=81) [Fehlschreibung der Ziffern: 18 statt 81] taydun (9•10=90) [Fehlschreibung der Ziffern: 9 statt 90]
  - i) Multiplikationen mit zehn (S. 23) (Überschrift fehlt): yayga (10 • 10 = 100) [Fehlschreibung der Ziffern: 1 statt 10 bei der ersten Zahl]

Die Serie der Merkwörter soll offensichtlich das Auswendiglernen des Kleinen Einmaleins, das in der arabischen Rechenliteratur entweder ausdrücklich verlangt oder schlicht vorausgesetzt wird, erleichtern. Multiplikationstabellen präsentieren z.B. al-Qurašī (gest. 459/1067) innerhalb seines Rechenbuches al-Tadkira bi-uṣūl al-ḥisāb wa-l-farāʾid bei seiner Darstellung des Fingerrechnens und al-Kāšī (fl. erste Hälfte des 9./15. Jhs.). Letzterer bietet in seinem "Schlüssel zum Rechnen" (Miftāh al-ḥisāb) eine Tafel des Kleinen Einmaleins, das der Rechner auswendig lernen sollte. 12

7. "Rechnung mit dem Buchstaben und seiner Bedeutung im ḥisāb" (lissaafin da kuwa na baƙii ya ɗauka cikin ḥisaabi) (S. 24)

ab ğad-Merkwörter (1-10, 11-90, 100-1.000), bei denen der Zahlenwert der arabischen Buchstaben in Hausa jeweils unterhalb des zugeordneten Buchstabens verzeichnet ist.

8. Liste der ab ğad-Zahlenwerte und ihrer (Buchstaben-)Entsprechungen in östlicher Reihung (suunaayan al-ƙalama na gabas da kamanninsu) (S. 25)

Liste der Zahlen 1-10, 11-90, 100-1.000, unter denen jeweils die arabischen Buchstaben mit ihren Namen in Hausa verzeichnet sind. Hierbei handelt es sich um die Reihung nach dem östlichen System, die sich von der westlich-maghribinischen in sechs Zuordnungen unterscheidet (s.u.). Auch die Ziffern selbst werden hier und in Nr. 9 im Gegensatz zu Nr. 6 und 7 in östlicher Schreibweise wiedergegeben.

<sup>10</sup> Das Auswendiglernen der Multiplikation der Zahlen von 1-10, allerdings ohne spezifische Form, wird ebenfalls ausdrücklich von Uqlīdisī verlangt, siehe A.S. Saidan, *The Arithmetic. The Story of Hindu-Arabic Arithmetic as told in Kitāb al-Ḥisāb al-Ḥisāb* 

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> al-Qurašī (st. 459/1067), *at-Tadkira bi-uṣūl al-ḥisāb wa l-farā iḍ* (übersetzt, kommentiert und im Faksimile herausgegeben von U. Rebstock, Frankfurt 2001), S. 21, §13, und S. 9-12 ar.

<sup>12</sup> P. Luckey, Die Rechenkunst bei Ğamšīd b. Masʿūd al-Kāšī mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens, Franz Steiner, Wiesbaden 1951, S. 19.

9. "Buchstaben und ihre Zahlwerte im Osten, zu einzelnen Merkwörtern (Namen) zusammengefasst" (baƙaaƙee da alƙalama na gabas waɗan da suka taara suunaa ɗayaa) (S. 26)

Enthält die arabische *ab ğad-*Liste in ihrer östlichen Fassung, abweichend vokalisiert, mit östlichen Zahlzeichen, der folgenden Zuordnung der Zahlwerte für die einzelnen Buchstaben (siehe Anhang Abb. 4):

abağad [sic] (1-2-3-4-) hawaz (5-6-7) huṭṭī (8-9-10) kalaman (20-30-40-50) saʿafaṣ [sic] (60-70-80-90) qarašat (100-200-300-400) ṭaḥaḍ (500-600-700) ḍazaġ (800-900-1.000)

10. "Sechs Buchstaben, die in ihrem Zahl(wert) im Westen und im Osten voneinander abweichen" (baƙaaƙee shida da suka rarraba cikin ʿadadii na magrib da na gabas) (S. 27):

Übersichtliche, verzierte Tabelle mit der Gegenüberstellung der im westlichen (*na magrib*) und östlichen System (*na gabas*) abweichenden Zahlenwerte der arabischen Buchstaben (siehe Anhang Abb. 4):

Zahlen im Westen	300	60	1.000	90	800	900
Buchstaben	s	ş	š	d	ż	œ
Zahlen im Osten	60	90	300	800	900	1.000

11. "Multiplikation von Zahlen, deren Ergebnis aus (der Einer-Ziffer) alif und ihrem Produkt (Zahl) besteht (bugun alƙaluma maasu fitar da alif da ʿadadinsa) (S. 28-36)

Neun Multiplikations-Aufgaben, mit sechsstelligen Produkten, deren Ziffern in allen sechs Dezimalstellen identisch sind und dabei alle Ziffern von 1 – 9 umfassen; jeweils mit entsprechenden *ab ğad-*Zahlangaben in der Überschrift, beginnend mit 111.111 bis 999.999 (siehe Anhang Abb. 5). Multiplikand und Multiplikator werden dabei ebenfalls mit arabischen Buchstaben zu Merkworten, unter denen jeweils die Zahlzeichen aufgeführt sind, auf die folgende Weise zusammengefasst:

```
țallun țamḥakun (39 • 2.849)
                                  = 111.111 [Schreibung: (k-h-m-t/2-8-40+9) \cdot (l-t/30+9)]<sup>13</sup>
aḥadun bawadun (481 • 462)
                                  = 222.222 [Schreibung: (d-w-b/4-6-2) \cdot (d-h-a/4-8-1)]
zaza'un ṭabadun (777 • 429)
                                  = 333.333 [Schreibung: (d-b-t/4-2-9) \cdot (-z-z/70+7-7)]
hazzun hatawahu (78 • 5.698)
                                  = 444.444 [Schreibung: (h-w-t-h/5-6-9-8) \cdot (z-h/7-8)]
za'un hāba'un (77 • 7.215)
                                  = 555.555 [Schreibung: (-b-a-h/70+2-1-5) \bullet (-z/70+7)]
                                  = 666.666 [Schreibung: (f-h-h/80+5-8) \bullet ('-z-z/70+7-7)]
zaza'un hahafun (777 • 858)
țamun jazhuhā (49 • 15.873)
                                  = 777.777 [Schreibung: (a-h-h-z-\check{g}/1-5-8-7-3) \bullet (m-t/40+9)]
zalun dakeedaku (37 • 24.024)
                                  = 888.888 [Schreibung: (k-d-\bar{e}-k-d/20+4-0-20+4) \bullet (l-z/30+7)]
                                  = 999.999 [Schreibung: (a-b-t-h-z/1-2-9-8-7) \bullet ('-z/70+7)]
za'un zaḥṭabā (77 • 12.987)
```

Die alphanumerische Darstellung dieser Multiplikationen des Typs nnn.nnn =  $b \bullet a$ , deren auffällige Produkte im deutschen Volksmund dem Begriff der "Schnapszahlen" entsprechen, weist verschiedene Eigentümlichkeiten auf. Zum einen ist der Multiplikand a bei n = 2, 3 und 6 dreistellig, wodurch sich die

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Bei "2-8-40+9" wie auch im folgenden steht "+" für eine additive Verknüpfung (40+9=49), "-" (2-8=2 Tausender – 8 Hunderter) für eine serielle.

Multiplikation um eine Operation verlängert; ansonsten zweistellig. Zum anderen repräsentieren die führenden Zahlen von a bei n = 1,3,5,6,7,8,9 Zehner oder Hunderterzahlen, wobei aus der Darstellung der Zahlzeichen das System ihrer unterschiedlichen unterschiedliche Verknüpfung – durch Addition oder Aneinanderreihung – nicht hervorgeht. Auch die Anwendung der verschiedenen Verknüpfungen ist nicht systematisch: bei n = 2 (ahadun > d-ḥ-a = 4-8-1 = 481) besitzen die drei Zahlzeichen ihren jeweiligen Buchstabenwert, multipliziert mit ihrem Stellenwert ( $n \cdot 10^2 - n \cdot 10^1 - n \cdot 10^0$ ). Bei n = 3 (zaza'un > '-z-z = 70+7-7 oder 70-7-7 = 777) wird die Hunderter-Stelle von dem Buchstaben mit dem Zahlwert 70 ('ain) besetzt, während der Buchstabe zāy (Zahlwert 7) sowohl an der Einer- als auch an der Zehnerstelle eintritt. Es bleibt zu erklären, warum hier nicht auf das Merkwort za'ada (700-70-7) aus der Aufreihung der Buchstaben nach ihren Dezimalstellen-Werten (ayqaša-bakara-ğalasa etc.) zurückgegriffen wurde, die die gewünschte Zahl problemlos abgebildet hätte.

Eine bemerkenswerte Hilfskonstruktion ist die Verwendung des in der arabischen Verschriftung des Hausa wie auch schon in den von Bondarev untersuchten Kanembu-Glossen zu alten Koran-Manuskripten aus Bornu verwendeten Zeichens für langes ee (dargestellt durch ein unpunktiertes Zeichen für ya mit alif mu allaga und einem Punkt unter dem vorangehenden Buchstaben, siehe Abbildung 1 im Anhang)<sup>14</sup> als Null-Zeichen in dem Merkwort dakēdaku (24.024). Die Buchstabenfolge setzt sich aus Zahlzeichen in der Verknüpfung 20+4-0-20+4 zusammen und setzt dabei die Zeichen für Einer- und Zehner-Stellen auch für die Tausender- und Zehntausender-Stellen ein, ohne Berücksichtigung der dafür vorgesehenen *ğummal-*Buchstaben. Das Nullzeichen wird dabei durch die Verwendung der Zahlenwerte der Buchstaben außerhalb ihrer ursprünglichen Dezimalstellen erforderlich. Die Verwendung eines für die Verschriftung von Hausa und bereits für Kanembu spezifischen Buchstabens als Nullzeichen macht einen regionalen Ursprung dieser Verschriftung von Rechenaufgaben wahrscheinlich. Es ist dabei festzustellen, dass die zweite, handschriftliche Version des tallun tamhakun (Ms Ikirun, S. 7) das Nullzeichen nicht enthält und die Aufgabe als zalun ddakun ddakun wiedergibt. Die in der Schreibung als Leerstelle zwischen zwei Wörtern angedeutete "0" wird in dem angegebenen Zahlenwert (2424) nicht berücksichtigt (s.u.).

Die Zahlen von Multiplikand und Multiplikator werden zumeist, aber keineswegs immer gemäß der für das schriftliche Rechnen und für das Sandrechnen erforderlichen Anordnung wiedergegeben (Ausnahmen: n = 1,9), bei der die erste Stelle des Multiplikanden und die letzte Stelle des Multiplikators übereinander stehen und die nach links erforderlichen Stellen durch Punkte markiert sind (siehe Abbildung 5). Für die zwei oder drei erforderlichen Stufen der Multiplikation wird nach der Angabe des ersten Zwischenergebnisses der Multiplikator jeweils um eine Stelle nach rechts gerückt. Neben dem ersten Zwischenprodukt findet sich die schriftliche Anweisung: "Multipliziere zuerst, dann wird es so!" (bugu na farkoo yana zamaa haka), neben dem zweiten Ergebnis: "Multipliziere ein zweites Mal, dann wird es so!" (bugu na biyuu yana zamaa haka). Über dem Endergebnis steht schließlich: "Multipliziere zum Schluss, dann kommt es so heraus!" (bugu na ƙarshee yana fitaa da haka) (siehe Anhang Abb. 5).

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Für die Kanembu-Glossen in älteren Koran-Manuskripten aus Bornu, von denen eines bereits auf das 11./17. Jh. datiert ist, siehe D. Bondarev, "The Language of the Glosses in the Bornu Quranic Manuscripts", *Bulletin of the School of Oriental and African Studies* 69 (2006), S. 113-40, hier S. 130, 136. Er verweist dabei auf die Verwendung des Punktes unter einem Buchstaben für die Wiedergabe der imāla im Arabischen, ergänzt durch "perpendikuläres Alif" (*alifmuʿallaqa*) für Länge oder Hochton. Dies legt die Vermutung nahe, dass die *e-* und *ee-*Schreibung für das Kanembu wie auch für das Hausa aus der in Bornu und Nordnigeria gängigen Koran-Orthographie übernommen wurde.

Die Rechenschritte werden nur sehr sparsam und gelegentlich mit falschen Zwischenprodukten angegeben. Im folgenden sind die fehlenden Zwischenprodukte in eckigen Klammern [] ergänzt:

```
S. 28: 111111 = 39 \cdot 2849 \rightarrow 8547|9 \quad (30 \cdot 2.849) [Fehler: \cdot 8479] [+25641] (9 \cdot 2.849)
```

Wie bei den üblichen klassischen textlichen Anleitungen zur Erlernung des Rechnens mit den "indischen" Ziffern und beim Sandrechnen die Regel, bleiben während der einzelnen Rechenschritte die noch unbearbeiteten Ziffern in derselben Zahlenreihe rechts von den Zwischenergebnis-Zahlen erhalten (oben und im folgenden von uns durch " | " abgetrennt), bis sie in den nächsten Rechenschritten erfasst werden.

```
S. 29: 222222 = 481 \cdot 462 \rightarrow 1848|81 \quad (400 \cdot 462)
[+36960] \quad (80 \cdot 462)
22176|1 \quad (Zwischensumme)
[+462] \quad (1 \cdot 462)
222222
```

In diesem Beispiel wie auch bei 333.333 und 666.666 werden das erste Produkt und auch die Zwischensumme angegeben.

```
S. 30: 333333 = 777 \cdot 429 \Rightarrow
                                         3003 | 77
                                                      (700 • 429) [Fehler in der Schreibung: 3004]
                                                      (70 • 429) (Zwischensumme)
                                         33033|7
                                            [3003] (7 • 429)
                                          333333
S. 31: 4444444 = 78 \bullet 5698 \rightarrow
                                         39886|0
                                                      (70 \bullet 5.698)
                                       [+45584]
                                                      (8 \bullet 5.698)
                                         444444
S. 32: 555555 = 77 \cdot 7215 \rightarrow
                                        50505|7
                                                      (70 \bullet 7.215)
                                         [50505]
                                                      (7 \bullet 7.215)
                                         555555
S. 33: 666666 = 777 • 858 →
                                         6006 | 77
                                                       (700 \bullet 858)
                                         66066 7
                                                      (70 • 858) (Zwischensumme)
                                           [6006]
                                                      (7 \bullet 858)
                                         666666
S. 34: 777777 = 49 \cdot 15873 \rightarrow
                                         63492|9
                                                      (40 \bullet 15.873)
                                         [142857]
                                                      (9 \bullet 15.873)
                                         777777
S. 35: 888888 = 37 \cdot 24024 \rightarrow
                                         72072|7
                                                       (30 \bullet 24.024)
                                        [168168]
                                                      (7 \bullet 24.024)
                                         888888
S. 36: 999999 = 77 \bullet 12987 \rightarrow
                                         909090
                                                      (70 \bullet 12.987)
                                           90909
                                                       (7 \bullet 12.987)
                                         999999
```

Es werden somit in Abhängigkeit von der Anzahl der Stellen des Multiplikanden zwei unterschiedlich abgebildete Multiplikationsformen erkennbar:

```
Typ 1 (zweistellige Multiplikanden) notiert nur das erste Zwischenprodukt: n = 1, 4, 5, 7, 8, 9. Typ 2 (dreistellige Multiplikanden) notiert eine Zwischensumme: n = 2, 3, 6.
```

Die Auswahl der Zahlen kommt anders als in allen herkömmlichen Einführungen, wo die Multiplikationen aus pädagogischen Gründen mit steigendem Schwierigkeitsgrad aufeinanderfolgen, durch eine Primfaktorenanalyse zustande, die sich erst bei genauerer Prüfung erschließt. Der (anonyme) Autor beginnt mit 111.111 und sucht nun, nacheinander, die Faktoren dieser Zahl, hier also 111.111 : 3 = 37.037 : 7 = 5.291 : 11 = 481 : 13 = 37 → 111.111 = 3 • 7 • 11 • 13 • 37. Für n = 2 (und die Vielfachen davon) und n = 5 kommen noch die Faktoren 2 und 5 ins Boot. Damit stehen die ersten 6 Primzahlen (2, 3, 5, 7, 11, 13) und die 12. (= 37) als Faktoren zur Erzeugung der Multiplikanden und Multiplikatoren zur Verfügung. Nun sucht er sich jeweils aus den 7 Primfaktoren zwei beliebige Teilprodukte (a und b), die er dann miteinander multipliziert: a • b = nnn.nnn. Die Zusammenstellungen der Primfaktoren der sechsstelligen Zahlen zu Multiplikand und Multiplikator der jeweiligen Multiplikation lassen sich dabei darstellen wie folgt:

```
3 \bullet 7 \bullet 11 \bullet 13 \bullet 37 = (7 \bullet 11 \bullet 37) \bullet (3 \bullet 13)
                                                                                                        = 2.849 \cdot 39
\Rightarrow 222.222 = 2 • 3 • 7 • 11 • 13 • 37 = (2 • 3 • 7 • 11) • (13 • 37)
                                                                                                         = 462 \bullet 481
\Rightarrow 333.333 = 3 • 3 • 7 • 11 • 13 • 37 = (2 • 3 • 11 • 13) • (3 • 7 • 37)
                                                                                                        = 429 \bullet 777
\rightarrow 444.444 = 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 = (2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 13)
                                                                                                        = 5.698 \bullet 78
\rightarrow 555.555 = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 = (5 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 37) \cdot (7 \cdot 11)
                                                                                                        = 7.215 \bullet 77
\rightarrow 666.666 = 6 • 3 • 7 • 11 • 13 • 37 = (3 • 7 • 37) • (2 • 3 • 11 • 13)
                                                                                                         = 858 \bullet 777
\rightarrow 777.777 = 7 • 3 • 7 • 11 • 13 • 37 = (3 • 11 • 13 • 37) • (7 • 7)
                                                                                                        = 15.873 \cdot 49
\rightarrow 888.888 = 8 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13) \cdot 37
                                                                                                        = 24.024 \cdot 37
\rightarrow 999.999 = 9 • 3 • 7 • 11 • 13 • 37 = (3 • 3 • 3 • 13 • 37) • (7 • 11)
                                                                                                         = 12.987 \bullet 77
```

Dass die Wahl des Autors auf die sechsstellige "Schnapszahl" 111.111 fällt, also die kleinste 6-stellige Zahl aus identischen Ziffern, ist ebenso einfach zu erklären: 11 ist prim; 111 besitzt nur die Primfaktoren 3 und 37; 1.111 besitzt nur die Primfaktoren 11 und 101; 11.111 besitzt nur die Primfaktoren 41 und 271; auch 1.111.111 hat nur die beiden Primfaktoren 239 und 4.649. Mit 111.111 und seinen fünf Primfaktoren bietet sich somit eine Zahl an, deren 8 ganze Vielfache sich mit zahlreichen verschieden zusammengesetzten Teilprodukten – das Teil "produkt" 37 bei 888.888 besteht sogar nur aus einer Primzahl – bilden lassen. Diese scheinbare Beliebigkeit der Zusammensetzung der Teilprodukte verstärkt den Eindruck der magischen Macht der Zahlen bzw. des Rechners. Ohne abweichende Zahlenbeispiele in anderen örtlichen Texten ist aufgrund der gleichlautenden Primfaktorenkombinationen der hier vorliegenden Texte allerdings kein Beweis zu führen, dass diese besondere Eigenschaft der hier für eine schlichte mehrstellige Multiplikation benutzten Zahlen den jeweiligen Kopisten oder Autoren auch bekannt war oder eben einfach nur ihrer "Schnapszahl"-Gestalt wegen ausgewählt wurden. 15

<sup>15</sup> Siehe jedoch dazu ebenfalls die aus Kano belegte Urǧūza des ansonsten unbekannten Autors Saʿīd b. Aḥmad al-Māġumī as-Salġawī, *Mafātiḥaḍ-darb "Die Schātze des Multiplizierens"*, Northwestern University Library, Evanston, Paden Collection, Ms 104, https://search.library.northwestern.edu/primo-explore/fulldisplay?docid=01NWU\_ALMA215001 41200002441&context=L&vid=AFRINEW&lang=en\_US&search\_scope=arabic\_manuscripts&adaptor=Local%20 Search%20Engine&tab=arabic\_ms&query=any,contains,al-Hisab&offset=0 (03.3.2020). In diesem Lehrgedicht werden für jedes der neun gleichzahligen sechsstelligen Produkte mehrere Multiplikationsaufgaben in *abǧad-*Wiedergabe

12. "Namen der Monate des (Mond)jahres im Arabischen" (suunayan (w)watannii<sup>16</sup> na sheekara na-ʿarabiyya) (S. 37)

Liste der arabischen Namen des Mondjahres, unter denen jeweils ihre Stellung in der Zahlenfolge der Monate sowie ggfs. die Namen der in ihnen anfallenden Feste in Hausa angegeben sind. Den Abschluss bildet in der letzten Zeile der Koranvers zur Zahl der zwölf Monate, die Gott in seiner Schrift festgelegt hat (Sure 9:36).<sup>17</sup>

13. "Namen der sieben Wochentage" (suunayan raaneekuu bakway) (S. 38)

Liste der arabischen Namen der sieben Wochentage.

14. "Namen der Monate (des Sonnenjahres) in nicht-arabischer Version" (suunaayan (w)watannii na 'ağami) (S. 39)

Liste der europäischen Namen der Monate des Sonnenjahres, Schreibweise wie folgt:

```
1. Yunayyar – 2. Fabrāir – 3. Māris – 4. A/Ibrīl (Anfang unvokalisiert) – 5. Māyub – 6. Yūnīhi – 7. Yūlīzi – 8. Uģšat – 9. Šatunbar – 10. Aktunbar – 11. Nuwanbar – 12. Du ǧanbar
```

Zur Unterscheidung der Monate mit 31, 30 und 28 Tagen wird dabei ein arabischer Satz aus vier Wörtern verwendet, unter deren Buchstaben jeweils ein Monatsname steht (fāza rağulun hatama bi-ḥağği [sic]) "Ein Mann hat den Sieg (im Leben) errungen, der eine Pilgerfahrt abgeschlossen hat"). Dieser Satz wird bereits von an-Nuwayrī (gest. 732/1332), Nihāyat al-arab fī funūn al-adab als ein Merkspruch erwähnt, den einige Maghribiner eingeführt hätten, um die Monate nach ihrer jeweiligen Länge zu bezeichnen.¹¹8 In der Reihenfolge des Satzes stehen dabei die Buchstaben mit diakritischen Punkten (al-hurūf al-mu ǧama, f, z, ǧ, ḥ, t, b, ǧ) für die Monate mit 31 Tagen (beginnend mit Januar), das alif für den Februar mit 28 Tagen, die Buchstaben ohne diakritische Punkte (al-hurūf al-muhmala, r, l, m, ḥ) schließlich für die Monate mit 30 Tagen.

Jedem Buchstaben dieses Satzes ist der entsprechende Monatsname beigefügt, ferner in Hausa die Zahl der Tage des jeweiligen Monats.

Die folgenden vier Seiten bieten eine Übersicht über die 28 Mondstationen<sup>19</sup> (ar. *manāzil*, hier als *tauraarii "Gestirne"* bezeichnet) und ihre Zuordnung zu den vier Jahreszeiten gemäß ihrer

vorgestellt, die auf unterschiedlichen Faktorenzerlegungen beruhen und jeweils zum selben Ergebnis führen. Eine nähere Untersuchung ist im Rahmen ist im Rahmen der Edition und Bearbeitung von IHS geplant.

 $<sup>^{16}</sup>$  Šadda bei suunayan wwatannii dient hier offenbar zur Wiedergabe der Velarisierung bzw. Assimilation des n-Auslautes an w.

<sup>17</sup> Vgl. dazu *Qanțarat al-ḥisāb* (= QḤ) von Abū Marwān Bak(ar) b. al-Faqīh 'Uṭmān as-Si(m)lānī al-Ğalāwī al-Fūlānī: *Die "Brücke des Rechnens" von Abū Marwān. Ein Gedicht über die arabische Kalenderrechnung und Astrologie*, ediert, übersetzt und kommentiert von U. Rebstock in Zusammenarbeit mit S. Adler – B. Maamoun – H. Zghouli – S. Elmtouni – A. Abdallatif, Universität Freiburg, FreiDok 2007, Abschnitt 2 (S. 4): die 12 islamischen Monatsnamen und ihre Länge, und Abschnitt 3 (S. 4-5): rituelle Bedeutung der Monate und Tage.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> A. b. ʿA. W. al-Nuwayrī (gest. 732/1332), *Nihāyat al-arab fī funūn al-adab*, Maṭbaʿat dār al-kutub al-miṣriyya, al-Qāhira 1342/1923, 1, S. 160.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Siehe zu den Mondstationen (ar. *manāzil* bzw. *manāzil al-qamar*, sg. *manzil* oder *manzila*) und den ihnen zugeordneten Gestirnen P. Kunitzsch, *Arabische Sternnamen in Europa*, Harrassowitz, Wiesbaden 1959, S. 55-6; ders. "*al-Manāzil*", *El*², VI, S. 374ff.; zu ihrer Darstellung in einem Hausa-Lehrgedicht und zu ihrer zeitlichen Zuordnung und Verwendung im Nordnigeria der sechziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts, M. Hiskett, "The Arab Star-Calendar and Planetary System in Hausa Verse", *BSOAS* 30/1 (1967), S. 158-76. In dem dort wiedergegebenen Lehrgedicht wird der Begriff *manzila* verwendet; vgl. S. 159, v. 4.

Einteilung in den Hausa-sprachigen Gebieten Nordnigerias.<sup>20</sup> Unter den Namen wird jeweils die Zahl ihrer Nächte (*kwaanakii*) angegeben, die für 27 von ihnen 13 Nächte, für die *ǧabha* 14 Nächte beträgt:

15. Namen der Sterne (d.h. Mondstationen) der Hitzeperiode (suunaayan tauraarin bazaraa) (S. 40)

Die Aufzählung (hier in der Vokalisierung des Textes wiedergegeben) beginnt mit den Mondstationen der heißen Trockenzeit (*bazaraa*, 25.2. – 26.5.):

```
1. farʻu muqaddam – 2. farʻu muwaḥḥar – 3. baṭnu l-ḥūti – 4. nuṭḥa – 5. buṭayni – 6. ṭurayyā – 7. dabrāna
```

16. Namen der Sterne (d.h. Mondstationen) der Regenzeit (suunaayan tauraarin daaminaa) (S. 41)

*Manāzil* der Regenzeit (*daaminaa*, 27.5. – 26.8.):

17. Namen der Sterne (d.h. Mondstationen) der Erntezeit (suunaayan tauraarin kaakaa) (S. 42)

Manāzil der Erntezeit (kaakaa, 27.8. – 25.11.):

18. Namen der Sterne (d.h. Mondstationen) der Kälteperiode (suunaayan tauraarin ɗaarii) (S. 43)

Manāzil der Kälteperiode (daarii, 26.11. - 24.2.):

Alfa Maliki in Ilorin identifizierte die vier Jahreszeiten und ihre Mondstationen in der hier angegebenen Folge mit Frühling, Sommer, Herbst und Winter.

19. (Ohne Titel:) Liste der zwölf Tierkreiszeichen mit den ihnen zugeordneten Strich-Punkt-Figuren (aškāl) im Sandorakel (ḥaṭṭ ar-raml) (S. 44)

Die Namen der Tierkreiszeichen (burjii) werden angegeben wie folgt:

1. ğadyu – 2. dalwu – 3. hūtu – 4. himlu – 5. tawru – 6. ğawzāu – 7. surṭānu – 8. usdu – 9. sunbulah – 10. mīzānu – 11. ʿagrabu – 12. gawsu

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Datenangaben im folgenden nach Hiskett, "Arab Star-Calendar" (oben, Anm. 19), S. 169f. Es fällt dabei auf, dass die Datierungen im Lehrgedicht (S. 166) und in der zeitgenössischen Darstellung aus den 50er Jahren (S. 169f.) um 13 Tage, d.h. um eine Mondstation differieren, wobei Hiskett selbst lapidar feststellt, sie würden "nur leicht" (only slightly) von denen im Gedicht abweichen. Derartige Differenzen scheinen aber kein Einzelfall zu sein: bereits R.B. Serjeant, "Star Calendars and an Almanac from South-West Arabia", *Anthropos* 49 (1954), S. 433-59, registriert für Südarabien eine "enormous variation in the particular mansion of the Moon which is said to appear at a given period" (S. 436, vgl. dazu auch die Angaben S. 438). Die Abweichung der südarabischen Angaben gegenüber denen für Nordnigeria beträgt über fünf Monate!

20. "Tabelle der Stunde (?) eines Tierkreiszeichens, weil man es dort sieht, wo der Mond sich aufhält" (haatimin awar burujii dan a ga aʻinda ƙamar ya kwaanaa) (S. 45f.)

Matrix der Monate des Sonnenjahres und der Tage jeden Monats, an denen sich der Mond jeweils in einem bestimmten Tierkreiszeichen aufhält (S. 45). Es folgt eine Erläuterung zur Benutzung dieser Matrix, die erklärt, wie man für jeden Tag das Tierkreiszeichen herausfindet, in dem der Mond an ihm steht (S. 46).

21. "Die sieben Unglück verheißenden Gestirne" (tauraarii bakwai maasu naḥiisaa) (S. 47)

Arabische Merkverse zu den sieben Unglück bringenden Mondstationen, in der folgenden Reihung aufgeführt: nuth (5.4. – 17.4.) – dabrān (14.5. – 26.5.) – iklīl –(31.10. – 12.11.) simāk (22.9. – 4.10.) – galb (13.11. – 25.11.) – bulda (22.12. – 3.1.) - saʿdu l-uḥbiya (12.2. – 24.2.)

22. Tabelle der Zuordnungen der sieben Planeten zu den Tag- und Nachtstunden der einzelnen Wochentage (ohne Titel) (S. 48), mit ausführlichen Erläuterungen zu ihrem Gebrauch (S. 49)

Beginnend mit den Planeten, die jeweils für den Namen des Tages bestimmend sind, werden in der Tabelle (S. 48) für jeden Tag die zwölf Tagstunden (7.00 – 18.00) mit den sie beherrschenden Planeten angezeigt (beginnend mit Samstag/Saturn, Sonntag/Sonne, Montag/Mond, Dienstag/Mars, Mittwoch/Merkur, Donnerstag/Jupiter, Freitag/Venus). Für die Nachtstunden (19.00-6.00) ergibt sich dieselbe Reihung wie für die Tagstunden des dritten folgenden Tages (d.h. Nachtstunden des Samstag wie Tagstunden des Dienstag).<sup>21</sup> In der Überschrift-Reihe sind die Zuordnungen der Tag- und Nachtstunden zur jeweiligen Spalte untereinander angegeben.

Die Erläuterungen (in Hausa) geben ausführlich an, für welche Anliegen und Ziele die Planeten mit den von ihnen beherrschten Stunden jeweils nützlich sind. Damit geht das Buch zu Ende.

Eine vergleichende Untersuchung dieser Tabelle, die in ihrer Anordung eher frühen lateinischen Traktaten arabischer Herkunft als der ansonsten verbreiteten arabo-hebräischen Tradition zu entsprechen scheint,²² muss der geplanten Edition und Bearbeitung des Textes vorbehalten bleiben, von dem hier nur die arithmetischen Teile ausführlicher behandelt werden konnten. Es fällt jedoch auf, dass sie vollständig mit der entsprechenden Tabelle in einem arabischen magischen Text übereinstimmt, der in Ilorin (in einem ägytischen Druck) anzutreffen war und den Alfa Maliki ebenfalls erwähnte. Es handelt sich dabei um ʿAlī Abū Ḥayyallāh al-Marzūqī, *al-Ğawāhir al-lammāʿa.*²³ Auch die Erläuterungen, die dort zu der Tabelle gegeben werden (S. 5f., Abschnitt 12), entsprechen inhaltlich über weite Strecken dem Hausa-Text.

II. Handschrift aus Ikirun (heute Osun State, Nigeria) (Abkürzung: Ms Ikirun) (Abbildungen 6-8)

Das zweite Beispiel der Untersuchung stammt, wie oben bereits erwähnt, aus dem Nachlass von Alfa Yaʻqūb b. Muḥammad Muḥtār (ca. 1890-1965), einem weit gereisten islamischen Yoruba-

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Dieselbe Zuordnung findet sich auch in dem Hausa-Lehrgedicht in Hiskett, "Arab Star-Calendar" (oben, Anm. 19), S. 164.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Vgl. hierzu die Tabellen in D. Juste, *Les Alchandreana primitifs. Étude sur les plus anciens traités astrologiques latins d'origine arabe (X<sup>e</sup> siècle)*, Brill, Leiden 2007, S. 137-40, Tabelle S. 138, und J. Sesiano, *Les Carrés magiques dans les pays islamiques*, Les Presses Polytechniques, Lausanne 2004, Tabelle S. 253.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> ʿA.A.Ḥ. al-Marzūqī, *al-Jawāhir al-lammāʿa fī stiḥḍār mulūk al-jinn fī l-waqt wa-s-sāʿa*, Muṣṭafā al-Bābī al-Ḥalabī, al-Qāhira 1360/1941, S. 5f., Tabelle, S. 6.

Gelehrten aus der Stadt Ikirun (heute Osun State, Nigeria; ca. 70 km südl. von Ilorin). Er ist bis heute insbesondere durch seine gedruckten Editionen lokal verbreiteter arabischer Texte bekannt geblieben, die er als einer der ersten Gelehrten der Yoruba-Region in Kairo im Verlag von Muṣṭafā al-Bābī al-Halabī verlegen ließ.<sup>24</sup>

Sein schriftlicher Nachlass, der insgesamt 663 Blätter umfasst und 1965 mikrofilmiert wurde, <sup>25</sup> spiegelt die Karriere von Alfa Yaʻqūb seit dem ersten Weltkrieg bis in die fünfziger Jahre. Neben verschiedenen lokalen erbaulichen Texten, die er später selbst in Ägypten drucken ließ, sowie Gedichtsammlungen, Lehrmaterialien zum Arabischen, Kopien von Korrespondenz und tagebuchähnlichen Notizen umfasst er auch eine große Anzahl von Textmaterial aus dem Bereich der Gebete und der magisch-therapeutischen und astrologischen Praxis. Soweit datierbar, stammen diese schwerpunktmäßig aus der Zeit seiner Reisen in den zwanziger und dreißiger Jahren in Westafrika (bes. Ghana), auf denen er offensichtlich selbst wie viele seiner Kollegen den damit verbundenen Tätigkeiten nachging.

Zu diesen Texten, die 1965 mikrofilmiert wurden, gehört auch ein titelloser, aber durch einen Kolophon abgeschlossener Text von 5 folios (Format 23,5cm x 12 cm). Die Person des Schreibers (die Sammlung enthält Texte von unterschiedlichen Händen) sowie das Alter des Textes müssen bis auf weiteres unbestimmt bleiben. Von seinem Inhalt her passt er am besten zu Alfa Yaʻqūbs Tätigkeit als reisender magisch-therapeutischer Praktiker in den zwanziger Jahren.<sup>26</sup>

Das Manuskript ist sechszeilig, mit breiter Rohrspitze geschrieben und vollständig vokalisiert. Vokalisierung und Zahlzeichen sind mit feinerer Schrift hinzugefügt. Der Text umfasst die Grundlagentexte des *ḥisāb* zum Buchstabenrechnen und zur Zeitrechnung, die sich bereits in HS finden ließen:

1. Basmala, dann ab ğad-Merkwörter 1-1.000 (aba ğada [sic] – hawaza – ḥaṭaya [sic] etc.) (S. 1/2-5) (s.o. ḤS Nr. 4)

Merkwortlisten nach westlichem System. Zugehörige Ziffern über den Buchstaben. Wie auch schon in HS werden Trifolia als Worttrenner eingesetzt (siehe Anhang Abb. 6).

2. Merkwörter für Zahlenwerte der Buchstaben gemäß der Dezimalstellen der einzelnen Ziffern (ayqaša - bakara - ǧalasa etc.) (S. 1/5 – 2/2) (s.o. ḤS Nr. 5)

Auch hier nach westlichem System. Wie bei Nr. 1 stehen die zugehörigen Ziffern über den Buchstaben, mit Trifolia als Wortttrenner (siehe Anhang Abb. 6, 7).

3. Kleines Einmaleins; qalamun hindun "indischer qalam" (S. 2/2 – 5/4) (s.o. ḤS Nr. 6)

Die Multiplikationsreihen folgen wie bei  $\Breve{HS}$  der Matrix-Anordnung und sind für die einzelnen Ziffern mit ihren verschiedenen Multiplikatoren durch den Einschub der Kapitelangabe  $b\bar{a}b$ 

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Zu Yaʿqūb b. Muḥammad Muḥtār, seinen Aktivitäten als Alfa und Schulgründer und zu seinem privaten Nachlass, den sein Sohn der Universitätsbibliothek Ibadan zur Verfilmung zur Verfügung stellte, I.A. Ogunbiyi, "The Private Papers of Alfa Yaʿqūb of Ikirun, Nigeria, c. 1890-1965: An Initial Overview", *Sudanic Africa. A Journal of Historical Sources* 10 (1999), S. 111-32; S. Reichmuth, "Arabic Writing and Islamic Identity in Colonial Yorubaland, 1900-1950", in C. Mayeur-Jaouen (ed.), *Adab and Modernity. A Civilisational Process?*, Brill, Leiden 2020, S. 552-85, hier S. 575f..

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> University of Ibadan Library, microfilm no. 509; Kopie in der Materialsammlung "Islam in Afrika", Lehrstuhl für Islamwissenschaft, Universität Bayreuth, *NGA* 5.5.1 V-1.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Ogunbiyi, "Private Papers" (oben, Anm. 24), S 119f.

getrennt, die bereits die Zweier-Serie einleitet. Die (voll vokalisierte) Angabe *qalamun hindun* steht ohne Hervorhebung zwischen zwei Trifolia nach dem letzten Element der *ayqaša – bakara – ǧalasa*-Merkwortreihe und vor dem ersten  $b\bar{a}b$ . Buchstaben sind durchweg voll vokalisiert. Im Gegensatz zu HS sind hier die Multiplikationsrechnungen nicht ausformuliert, sondern nur synkopisch mit Zahlzeichen, die über die entsprechenden Buchstaben stehen, ausgeführt (siehe Anhang Abb. 7, 8).

Die Reihung entspricht vollständig derjenigen in HS. Varianten der Vokalisierung ergeben sich für die folgenden Multiplikations-Merkworte:  $5 \bullet 5 = 25$  hahahakun vs. HS hahhakun;  $6 \bullet 6 = 36$  wawaalun vs. HS wawwalun;  $7 \bullet 7 = 49$  zazaṭamun vs. HS zazṭamun;  $8 \bullet 8 = 64$  hahadasun vs. HS hahdasun; yayqun vs. HS yayqa.

4. Neuner-Serie der mit tallun tamhakun (39 • 2.849) beginnenden großen Multiplikationsaufgaben (s.o. ḤS Nr. 11); qalamu r-rūmī "griechischer (=europäischer?) qalam" (S. 5-7)

Die Angabe "griechischer (=europäischer?) qalam" (qalamu r-rūmī) steht ohne trennendes Trifolium nach dem letzten Multiplikations-Merkwort (yayqun,  $10 \bullet 10 = 100$ ) und ohne folgende bāb-Angabe direkt vor der ersten Multiplikationsaufgabe ṭallun ṭamḥakun. Ziffern sind über den zugeordneten Buchstaben angegeben. Links neben dem Merkwort steht jeweils eine Reihe von sechs Punkten, darüber die Ziffern des Multiplikanden, darunter die des Multiplikators. Diese Anordnung entspricht nicht derjenigen, die für eine Rechnung notwendig wäre. Hier stehen sie wie Fließtext unmittelbar nebeneinander. Auch die Endergebnisse der Rechnungen werden im Gegensatz zu HS nicht angegeben (siehe Anhang Abb. 8).

Reihung und Merkworte der "Aufgaben" entsprechen weitgehend denjenigem in ḤS, mit den folgenden Varianten: 222222 aḥadun bawdun vs. ḤS aḥadun bawadun; 444444 ḥazun ḥaṭwahu vs. ḤS hazzun ḥaṭawahu; 888888 zalun ddakun ddakun² vs. ḤS zalun dakeedaku (s.o.). Die getrennte Schreibung deutet offenbar ebenfalls eine Leerstelle an, die Zahl selbst wird jedoch verkürzt als 2424 anstatt 24024 wiedergegeben, was zu einem falschen Endergebnis führen müsste.

5. Liste der Tierkreiszeichen (s. o. ḤS Nr. 19) (S. 7/3 – 8/1)

Ergänzt sind auch hier die zugehörigen Figuren (aškāl) des Sandorakels.

6. Liste der europäischen Monatsnamen des Sonnenjahres (s. o. ḤS Nr. 14) (S. 8/1-5)

Abweichungen zu ḤS in den folgenden Namen: *Yunayyir vs.* ḤS *Yunayyar*, *Ibrīl* hier eindeutig, *Māyubi* vs. ḤS *Māyub* 

7. Liste der 28 Mondstationen (s.o. HS Nr. 15-18) (S. 8/6-10/4)

Die Zahl der Tage ist jeweils über dem Namen in Arabisch ergänzt. Die Folge der Jahreszeiten beginnt hier (wie die Darstellung bei Hiskett für Nordnigeria),<sup>28</sup> mit den Mondstationen der Regenzeit (hag ah, han ah, usw.).

Mit dem Ms Ikirun vergleichbare Texte, die aus Kano stammen, liegen in der Northwestern University Library in Evanston vor (Ms Paden 220, Ms Falke 1069). <sup>29</sup> Von diesen weist Paden 220

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Šadda-Schreibungen vermutlich zur Anzeige der Assimilation der Nunation an das folgende dāl.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Hiskett, "Arab Star-Calendar" (oben, Anm. 19), S. 169.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Evanston, Northwestern University Library, Herskovits Library Arabic Manuscripts, Paden 220, "Ḥisāb al-ǧummal", https://search.library.northwestern.edu/primo-explore/fulldisplay?docid=01NWU\_ALMA21500282050002441&con

in Inhalt und Layout auffällige Übereinstimmungen mit Ms Ikirun auf; Ms Falke 1069 dagegen zeigt deutliche Abweichungen; u.a. werden dort auf der letzten Seite (f. 3v/6-8) unter den Bezeichungen *qalam ar-rūmī* die Reihe der westlichen, unter *qalam al-hindī* die der östlichen Ziffern angegeben.<sup>30</sup> Eine eingehende Sichtung beider Manuskripte steht noch aus. Die für das Papier von Ms Falke 1069 erwähnten Wasserzeichnen (*tre lune-*Mondgesichter) legen eine Datierung ins 19. Jh. nahe.

III. Hisāb-Manuskriptblatt aus Ile Tapa Gbodofu, Ilorin (Abkürzung Ms Gbodofu) (Abbildungen 9, 10)

Wie bereits oben erwähnt, wurde dieses Manuskript-Blatt 1987 im Rahmen einer Dokumentation arabischer Handschriften im Besitz der Lehrer- und Imam-Familie von Ile Tapa Gbodofu (Balogun Fulani Ward, Ilorin) aufgenommen (siehe Anhang Abb. 9, 10). Die Familie unterhält eine alte Koranschule in ihrem Gehöft und besitzt ebenfalls ihre eigene Moschee. Sie führt ihre Ursprünge auf die Entstehungszeit der muslimischen Gemeinschaft und des Emirates in Ilorin (im frühen 19. Jh.) zurück und steht in dem Ruf, die älteste Nupe-Familie am Ort zu sein.<sup>31</sup>

Das Manuskriptblatt (1 folio, Format: 21cm x 15,5 cm, neunzeilig) bestand aus einem dicklichen und glatten, aber sehr brüchigen Papier und schien von seinem Alter her ins 19. Jh. zurück zu reichen. Es ist sicher der älteste der drei Texte, die hier untersucht werden, und weist auch drei Grundelemente des hisāb auf, die allen von ihnen gemeinsam sind:

1. Merkwort-Liste des ab ğad (ab ğada [sic] – hawaza - ḥaṭaya [sic] etc) (f. 1r/1-3) (s.o. ḤS Nr. 4; Ms Ikirun Nr. 1)

Auch hier nach westlichem System. Unvokalisiert, mit den Zahlwerten in arabischer Sprache in senkrechter Schreibrichtung über den jeweiligen Buchstaben und den Zahlzeichen darunter. Die *ġubār*-Ziffern werden in diesem Text in östlicher Schreibung wiedergegeben.

2. Merkwort-Liste der nach Dezimalstellen ihres Zahlwertes geordneten Buchstaben (ayqaša – bakara – ǧalasa etc.) (f. 1r/3-5) (s.o. ḤS Nr. 5, Ms Ikirun Nr. 2)

Auch hier nach westlichem System. Unvokalisiert, mit den Zahlwerten in arabischer Sprache in senkrechter Schreibrichtung über den jeweiligen Buchstaben und den Zahlzeichen darunter.

3. Kleines Einmaleins in Merkwörtern (babdun – bağwun – badhun etc.) (f 1r/6-1v/8) (s.o. HS Nr. 6, Ms Ikirun Nr. 3)

Unvokalisiert. Basmala. Taṣliya wohl aus Platzgründen verkürzt (ṣallā ʿalā man ... [i.e. lā nabiyya baʿdahu?]. Die Multiplikations-Aufgaben stehen auch hier zum Memorieren in Arabisch als Frage und Antwort formuliert in senkrechter Schreibrichtung über den jeweiligen arabischen Buchstaben; z.B. zu bazdiyyun: kam iṭnayn (sic) fī sabʿa? – huwa arbaʿ wa-ʿašar, zu ṭayḍun: kam tisʿ fī ʿašar? huwa tisʿīn.

text=L&vid=AFRINEW&search\_scope=arabic\_manuscripts&tab=arabic\_ms&lang=en\_US (03.3.2020); Falke 1069, "al-Ḥisāb", https://search.library.northwestern.edu/primo-explore/fulldisplay?docid=01NWU\_ALMA2148802644000 2441&context=L&vid=AFRINEW&lang=en\_US&search\_scope=arabic\_manuscripts&adaptor=Local%20Search%20 Engine&tab=arabic\_ms&query=any,contains,Falke%201069&offset=0; [03.10.2020])

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Siehe zu diesen Bezeichnungen P. Kunitzsch, Zur Geschichte der 'arabischen' Ziffern, C.H. Beck, München 2005, z.B. S. 5, 14.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Reichmuth, "Manifold Heritage" (oben, Anm. 4), S. 85f.

Wie bereits an diesen Beispielen ersichtlich, weist der Gebrauch der arabischen Zahlen einige Eigenheiten auf. Die entsprechenden Zahlzeichen dazu stehen unterhalb der Buchstaben.

Verschiedene Schreibfehler sind zu bemerken; so yabakun statt baykun  $(2 \cdot 10 = 20)$ , ğağdakun statt ğahdakun  $(3 \cdot 8 = 24)$ , hazhamum statt hathamun  $(5 \cdot 9 = 45)$ ; Auslassung wahhamun  $(6 \cdot 8 = 48)$ ; überzähliges wāw mit darunter stehender Zahlenangabe (6) zwischen wayşun  $(6 \cdot 10 = 60)$  und zazṭamun  $(7 \cdot 7 = 49)$ . In der letzten Zeile (f. 1v) werden auslautendes fa' (80) und qaf (100) bei ṭaṭ afun  $(9 \cdot 9 = 81)$ , ṭayḍun  $(9 \cdot 10 = 90)$  und yayqa  $(10 \cdot 10 = 100)$  graphisch nur geringfügig unterschieden. Fehlerhafte Zahlenangaben unter zazṭamun (zweimal 6 statt 7). Abschlussformel tammat.

IV. Dokumentation einer Version des Sandrechnens (ḥisāb al-gubār) in Ilorin (Alfa Isiaka Maliki, September 1989)

Die folgende Darstellung gibt die Folge der Zahlenbilder auf dem Sandbrett von der Ausgangsstellung der Rechenaufgabe über verschiedene Zwischenschritte bis zum Endergebnis wieder, wie sie Alfa Maliki während seiner Rechenoperationen präsentierte. Sie dokumentiert die vier Grundrechenarten anhand von einfacheren Aufgaben (47 + 19 = 66, 47 - 19 = 28,  $84 \cdot 3 = 252$ ,  $84 \cdot 4 = 21$ ,  $4.321 \cdot 30 = 144$  R 1) und auch an zwei Beispielen aus der țallun tamḥakun-Serie, von denen das eine für die Multiplikation ( $481 \cdot 462 = 222.222$ ), das andere für die Division ( $111.111 \cdot 2.849 = 39$ ) verwendet wurde. Die verwendeten Ziffern entsprachen im wesentlichen den *ġubār*-Ziffern in der Form, wie sie auch in HS vorliegen.

Kennzeichnend für das Sandrechnen in der hier vorgeführten Folge der Rechenschritte ist der Beginn der Rechenoperationen von links, mit den Ziffern der größten Dezimalstelle. Bei der Addition werden dementsprechend zunächst die Zehner addiert, die obere Zehner-Stelle sofort mit der neuen Summe (5) überschrieben (b). Bei der Einer-Addition wird die in der unteren Ziffer zur 10 verbleibende Zahl (1) von der oberen Einer-Stelle abgezogen (6) und zur unteren addiert, dann die 9 gelöscht, die zur 10 aufsummierte Zahl als Zehnerstelle (1) nach links verschoben (c) und zur oberen Zehnerstelle addiert (d), womit die Endsumme (66) als Zahl allein auf dem Sandbrett übrig bleibt. Im Vergleich zu den Angaben zum hisāb al-hindī bei Uqlīdisī (gest. 314/952) und Kūšyār b. Labbān (fl. 390/1000)<sup>32</sup> ist festzustellen, dass bei diesen der untere Summand durchweg stehen bleibt, und die verschiedenen Rechenoperationen nur am oberen Summanden vollzogen werden, während im Beispiel aus Ilorin die Additionen und Stellenverschiebungen auch den unteren Summanden einbeziehen und ihn allmählich zum Verschwinden bringen. Wie sich zeigt, gilt dies auch für die anderen Grundrechenarten; hier zeigt sich ein systematischer Unterschied zur arabischen Tradition des "indischen Rechnens".

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Siehe zum Vergleich die Angaben von Uqlīdisī (gest. 314/952), Saidan, *Arithmetic* (oben, Anm. 10), S. 46ff., Kommentar 374ff.; von Kūšyār b. Labbān (fl. 390/1000), M. Levey – M. Petruck, *Kūšyār b. Labbān. Principles of Hindu Reckoning. A Translation and Notes of the Kitāb fī Uṣūl Ḥisāb al-Hind*, Univ. of Wisconsin Press, Madison 1965, S. 12f.; ferner J.L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, New York 2016², S. 34f., wo ebenfalls die unterschiedlichen Stadien der Additions-Rechnung auf dem Sandbrett wiedergegeben sind.

Bei der Subtraktion (47-19) wird zunächst die Zehnerstelle der unteren Zahl von der oberen abgezogen, die Zehner-Differenz (3) in die obere Zehnerstelle eingesetzt (b). Zur Subtraktion der Einer-Stellen wird ein Zehner der oberen Zahl abgezogen und unten eingesetzt (c). Danach werden die Einer der unteren Zahl (9) von dem nach unten geholten Zehner abgezogen (d), die verbliebene Differenz (1) zum oberen Einer (7) addiert (e), so dass die Enddifferenz (28) erscheint, die auch hier allein übrig bleibt. Auch hier werden im Unterschied zu Uqlīdisī und Kūšyār<sup>33</sup> die Rechenoperationen am Minuenden wie am Subtrahenden durchgeführt, der zum Schluss verschwindet.

Die Multiplikation vollzieht sich je nach der Zahl der Dezimalstellen des Multiplikanden in mehreren Schritten, für die der Multiplikator jeweils unter die zu bearbeitende Dezimalstelle des Multiplikanden nach rechts gerückt wird. Es werden die beiden Stellen des Multiplikanden (80, 4) nacheinander mit dem Multiplikator (3) multipliziert. Hierbei wird der Multiplikator jeweils unter die zu multiplizierenden Stellen des Multiplikanden geschrieben (a, c). Das Produkt der Multiplikation der Zehner-Stelle (24) tritt vor die verbleibende, noch unbearbeitete Einer-Stelle (b), die hier für den Zweck unserer Darstellung, wie oben dargelegt, von uns durch einen senkrechten Strich ("|") von der Zahl des Zwischenergebnisses abgetrennt wird. Bei der Multiplikation der Einer wird die Einer-Stelle des Produktes in den Multiplikanden eingesetzt, die sich ergebende Zehner-Stelle des Produktes nach unten geholt (d) und zum oberen Zehner addiert (e). Das Gesamt-Produkt bleibt allein stehen.

Hat der Multiplikand weniger Dezimalstellen als der Multiplikator, so werden links von ihm die für die Rechnung erforderlichen Dezimalstellen durch Punkte ergänzt, die dann im Verlauf der Rechnung wieder verschwinden (s.u.).

Bei dieser Multiplikation zweier dreistelliger Zahlen werden die drei Stellen des Multiplikanden wiederum nacheinander mit dem Multiplikator multipliziert. Für jede der drei Multiplikationen (hier a, unten b und c) wird der Multiplikator erneut so unter den Multiplikanden geschrieben, dass

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Vgl. zur Subtraktion Saidan, *Arithmetic* (oben, Anm. 10), S. 47f., Kommentar S. 374ff; Levey-Petrick, *Kūšyār* (oben, Anm. 32), S. 12f.; Berggren, *Episodes* (oben, Anm. 32), S. 35f.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> Nochmals sei darauf hingewiesen, dass der senkrechte Strich «|» hier lediglich zur Abgrenzung der Zwischenergebnisse von den noch nicht bearbeiteten Ziffern ergänzt wird und in den Rechenoperationen selbst nicht auftaucht.

seine letzte Stelle unter die jeweils zu multiplizierende Stelle des Multiplikanden zu stehen kommt. Benötigte Leerstellen werden in der oberen Zeile als Punkte vermerkt (a1).

400 • 400 = 160.000: 16 wird in die für 100.000er und 10.000er vorgesehenen Leerstellen eingetragen (a2). 400 • 60 = 24.000: 4.000 in der Tausender-Stelle eingetragen (a3), 20.000 unter die obere 10.000er-Stelle geschrieben (a3), zur oberen Zahl addiert und eingetragen (a4). 2 • 400 = 800: Produkt entsprechend oben eingetragen (a4). Die nach Abschluss des Rechenschrittes resultierende Zahl lässt die Zehner- und Einer-Stellen des Multiplikanden unberührt stehen.

b) 
$$+ 80 \cdot 462 = 36960 + 184800 = 221760$$

Der Multiplikator wird erneut unter die obere Zahl geschrieben, so dass seine letzte Ziffer unter die Zehner-Stelle des Multiplikanden tritt (b1).

80 • 400 = 32.000: Das Produkt wird in die entsprechenden Zehntausender- und Tausender-Stellen der unteren Zeile eingetragen (b2) und jeweils zu oberen Stellen addiert (b3). Ebenso 80 • 60 = 4.800 (b4, b5). Bei 80 • 2 = 160 wird die Zehner-Stelle des Produktes unmittelbar oben eingetragen und die Hunderter-Stelle nach unten gezogen (b6), dann nach oben addiert (b7). Die resultierende Zahl lässt die Einer-Stelle des Multiplikanden unberührt stehen.

c) + 
$$1 \cdot 462 = 462 + 36960 + 184800 = 222222$$

Der Multiplikator wird so unter die obere Zahl geschrieben, dass die Einer-Stellen nunmehr untereinander stehen (c1). Die beiden vorderen Stellen werden jeweils zur oberen Stelle addiert (c2, c3, c4, c5); die letzte Zahl des Multiplikators (als Produkt  $1 \cdot 2 = 2$ ) ersetzt die letzte Ziffer der oberen Zahl (c6), womit das Endergebnis (222222) allein übrig bleibt.<sup>35</sup>

Die hier vorgestellte Methode der Multiplikation entspricht in ihrem systematischen Vorgehen der Zerlegung in Teilmultiplikationen genau der Methode Kūšyārs: Beginnend mit der Stelle der höchsten Zehnerpotenz des Multiplikanden wird sukzessive mit den Stellen des Multiplikators, ebenfalls absteigend von links nach rechts, in absteigender Reihenfolge multipliziert.<sup>36</sup> Wie Kūšyār zerlegt auch Alfa Maliki die dreistellige Multiplikation (hier 481 • 462 = 222222) in drei Schrittgruppen (hier a, b und c), die jeweils in unterschiedliche Einzelschritte (hier a1–4, b1–7 und c1–6) eingeteilt sind. Er benötigt für die Darstellung 17 Teilschritte, Kūšyār 6, in der komplettierten Version Berggrens 12. Uqlīdisī benötigt 9 Schritte (a1–a4, b1–b4, c4).<sup>37</sup> Das unterschiedliche

<sup>35</sup> Vgl. zur Multiplikation Saidan, Arithmetic (oben, Anm. 10), S. 49-54; Kommentar S. 384-90; Levey-Petruck, Kūšyār (oben, Anm. 32), S. 14ff.; Berggren, Episodes (oben, Anm. 32), S. 36f.; ähnlich auch Ibn al-Ḥaṣṣār (6.-7./12.-13. Jh.), H. Suter, Das Rechenbuch des Abû Zakarîjâ el-Ḥaṣṣâr, Teubner, Leipzig 1901, S. 16f.; sowie Ibn al-Bannā' (gest. 721/1321), Talkhīṣ a'māl al-ḥisāb, ed., trans. M. Souissi, Publication de l'Université de Tunis, Tunis 1969, S. 54-62, ar. S. 46-52, D. Lamrabet, Introduction à l'histoire des mathématiques maghrébines, Rabat 1994, S. 291f.

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Das Verfahren ähnelt der ersten von Ibn al-Bannā' genannten Methode, dem sog. darb bi-t-tanqīl "multiplication par translation", Ibn al-Bannā', *Talkhīṣ*, S. 54f. Souissi, ar. S. 46f.).

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> In Arithmetic (S. 50), ergänzt der Übersetzer Saʿīdān seine eigene ältere Edition von 1973 (al-Fuṣūl fī l-ḥisāb al-hindī, ʿAmmān 1984², S. 69f.) um den Schritt (a1).

Vorgehen Alfa Malikis zeigt sich in der Notation. Es läßt sich auf zwei signifikante Unterschiede zurückführen:

1. Die Addition der Teilprodukte auf die Zwischensummen wird hier auf zwei Schritte verteilt: Zuerst werden die Einer des errechneten Teilproduktes zu der entsprechenden Stelle des darüber stehenden Summanden hinzuaddiert, und – gegebenenfalls, bei einem Teilprodukt >10 – die Zehner unter der entsprechenden Stelle notiert (z.B. a3, b6, c2, c4). Besitzt der Summand dort Leerstellen oder erhöht sich dort die Stelle des Summanden nicht, wird gleich addiert (z.B. a1, a4, b5, c6). Erst im nächsten Schritt werden dann die Zehner nach oben addiert (z.B. a4, b7, c3, c5). Abweichend davon – und dadurch mitverantwortlich für die Erhöhung der Schrittzahl – werden Zwischenprodukte in Gänze notiert (z.B. b2, b3, c3) und dann im nächsten Schritt in Gänze (z.B. b3) oder aber wiederum nur mit den Einern nach oben addiert (z.B. b4, c4).

Der unter dem Multiplikanden stehende Multiplikator wird sukzessive, von links nach rechts, also in absteigender Zehnerpotenzrichtung, ausgewischt. Kūšyār und Uqlīdisī rücken dagegen den kompletten Multiplikator nach rechts, der dabei immer sichtbar und erhalten bleibt.

2. Die Schreibung derselben Multiplikationsaufgabe 481 • 462 = 222222 in ḤS (Nr. 11, s.o.) zeigt ebenfalls eine komplette Verschiebung des Multiplikators in drei Schritten nach rechts. Die dort angegebenen Zwischenergebnisse (Zwischenprodukt 1 8 4 8|8 1; Zwischensumme 2 2 1 7 6|1) lassen sich mit den Schritten b1 und c1 im vorliegenden Beispiel aus Ilorin identifizieren. Es sind in ḤS jedoch zu wenige Rechenschritte angegeben, um den dort zugrunde liegenden Verlauf der Rechenoperationen zu rekonstruieren.

5. Division: 84:4=21

Vorbemerkung: Hier und im folgenden gibt die gestrichelte Linie das langgestreckte Ende des Zahlzeichens des Divisors wieder, das an der linken Seite mit einer Kurve schwungvoll weiter nach unten gezogen wird.

Wie bei der Multiplikation schreitet die Division von links nach rechts voran. Der Quotient der dividierten Stelle wird unterhalb der Linie eingetragen (b), das jeweilige Produkt aus Quotient und Divisor wird unterhalb der dividierten Stelle des Dividenden eingetragen (c) und von ihm abgezogen (d). Danach wird dies rechts mit der Einer-Stelle wiederholt (d). Zum Schluss bleibt die Gesamtzahl des Quotienten unterhalb des Divisors stehen, der Dividend ist ohne Rest und daher ganz ausgelöscht.

6. Divison: 4321 : 30 = 144 R 1

Die Division schreitet wie oben in mehreren Teilschritten von den höheren zu den niedrigeren Stellen fort. Die Stellen von Dividend und Divisor stehen jeweils untereinander (b, d, e). In diesem Fall bleibt ein Rest (1) oben stehen (f).

#### 7. Division: 1111111: 2849 = 39

Für diese Aufgabe wurden Dividend und Divisor direkt untereinander geschrieben, und zwar so, dass der Divisor (wegen der erwarteten Größenordung des Quotienten) um eine Stelle nach rechts rückte. Der Quotient wurde oberhalb des Dividenden an der erforderlichen Stelle eingetragen.

Schritt a: Divisor links

a1)	3	a2)	3	a3)	3	a4)	3	a5)	3	a6)	3	a'	7)	3
11	1111	11	1111	11	111	11	111	511	11	51	111		31	111
2	849	6	849	16 8	349	4 8	49	8 4	9	24	49		4	49
a8)	3	a9)	3	a10)	3	a11)	3	a12)	3	a13)	) 3	al	4)	3
2	1111	21	111	27	7111	27	7111	2	6111		25111		25	111
1	4 49	6	6 49		49		12 9		2 9		12 9		8	9
a15)	3	a16)	3	a17)	3	a18)	) 3	a19]	)	3	a20)	3		
2	5911	2	5911		25711		25611	l	250	611	25	641		
	9		27		7		17			3				

Wiederum werden die jeweiligen bearbeiteten Stellen des Divisors direkt in der Divisor-Zahl eingetragen (a2, a6, a11, a16) und vom Dividenden abgezogen. Dabei wird auch hier, wie sonst bei der Subtraktion, wenn erforderlich, ein Zehner von oben nach unten gezogen (a3, a8, a11, a13, a18) und die daneben zu stehen kommende Divisor-Stelle von ihm abgezogen (a4, a9, a11, a14, a19), die Differenz oben wieder dazu addiert (a5, a10, a15, a20).

Schritt b: Divisor nach rechts gerückt

Im 2. Schritt wird der Divisor nach rechts gerückt und wiederum unter dem Dividenden eingetragen. Das für die Einer-Stelle erwartete Ergebnis (9) wird oben am Quotienten ergänzt. Dann wiederholen sich die einzelnen Rechenschritte an den jeweiligen Stellen von Divisor (Multiplikation mit der Einer-Stelle des Quotienten) und Dividend (Subtraktion des Produktes aus Divisorstelle und Quotient vom Dividenden), bis schließlich nur der Quotient als Ergebniszahl – in diesem Fall ohne Rest – übrig bleibt.

Den Rechenweg der Division mit nach rechts rückendem Divisor teilt das Beispiel wiederum mit Uqlīdisī und Kūšyār. 38 Wie bei letzterem wird hier der Quotient oberhalb des Dividenden eingesetzt. Auch in diesem Beispiel wird jedoch die Zahl der Rechenschritte (insgesamt 26) vielfach durch Multiplikationen des Divisors und Substraktionen der Teilergebnisse erhöht. Die schrittweisen Substraktionen lassen am Ende nur den Quotienten und ggfs. einen Rest als Endergebnis übrig, während in den älteren Rechenbeispielen auch der Divisor erhalten bleibt. Beides unterscheidet das Beispiel aus Ilorin auch für die Divison von der mittelalterlichen Tradition des *ḥisāb al-hindī*, mit der es ansonsten in deutlichem Zusammenhang steht.

Diese Methoden des schriftlichen Rechnens auf dem Sandbrett setzen die Kenntnis der *ab ğad*-Zahlenwerte und des "Kleinen Einmaleins" in seiner *ab ğad*-Version voraus<sup>39</sup> und wurden von Alfa Maliki in enger Verbindung mit beiden praktiziert und vermittelt.

Vergleichende Bemerkungen zum Buchstabenrechnen (hisāb al-ǧummal) und den Grundrechenarten im Rahmen der hisāb-Disziplin in Ilorin

Die hier vorgelegten Quellentexte und Dokumentationen zum hisāb in Ilorin zeigen einen komplexen Gehalt dieser Disziplin, der sich auch an den bisher erschlossenen Handschriften-Beständen für Nigeria ablesen lässt und der somit für die islamisch-arabische Bildungstradition Nigerias in starkem Maße bestimmend sein dürfte. Im Verständnis von Alfa Isiaka Maliki umfasste hisāb a) die vier Grundrechenarten, b) Zeitrechnung, Astronomie und Astrologie, und schließlich c) die Anfertigung von Talismanen, insbesondere von magischen Quadraten (awfāq). Dieses Feld (allerdings ohne die Talismane) bildet auch die Kanoer Broschüre ab, die in Ilorin in den achtziger Jahren in Gebrauch war und deren Entstehung vermutlich spätestens bis in die fünfziger Jahre des 20. Jhs. zurückreicht (s.o.). Die diesem hisāb-Konzept zugrundeliegende Vorstellung von den vielschichtigen Qualitäten der Buchstaben, die wahrnehmbare Laut- und Schriftelemente (lafziyya, raqmiyya) wie auch immaterielle geistige und numerische Dimensionen (fikriyya, 'adadiyya) besitzen und auf diesem Wege Einfluss ausüben können, reicht in der islamisch-arabischen Kulturgeschichte bekanntlich weit zurück. In der Region des heutigen Nordnigeria findet sie sich bereits in einer Abhandlung zu den magischen Quadraten, die Muḥammad al-Kašnāwī (gest. 1154/1741), ein Autor aus dem Gebiet von Katsina, bereits im 12./18. Jh. verfasste. <sup>40</sup> Diese Einheit von Buchstabe und Zahl

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Vgl. zur Division Saidan, *Arithmetic* (oben, Anm. 10), S. 55-9, Kommentar mit Vergleichsmaterial S. 405-14; Levey-Petruck, *Kūšyār*, 14ff.; Berggren, *Episodes* (oben, Anm. 32), S. 37f.; P. Luckey, *Die Rechenkunst bei Ğamšīd b. Mas ūd al-Kāšī mit Rūckblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens*, Franz Steiner, Wiesbaden 1951, S. 21f. Zur Division mit nach rechts rückendem Divisor siehe auch das Rechenbeispiel in Ali Abdullah Al-Daffa', *The Muslim Contribution to Mathematics*, London 1978, S. 41f., Figur 3.4.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> S.o. Anm. 10.

<sup>40</sup> Zu Muḥammad b. Muḥammad al-Fullānī al-Kašnāwī (gest. 1154/1741) und seinem Werk Bah ğat al-āfāq wa-īḍāḥ al-lubs wa-l-iġlāq fī 'ilm al-ḥurūf wa-l-āfāq: J.O. Hunwick (comp.), Arabic Literature of Africa (ALA), Volume II. The Writings of Central Sudanic Africa, Brill, Leiden 1995, S. 37ff., 'A.R. al-Ğabartī, 'Ağā ib al-āṭār fī t-tarā ğim wa-l-aḥbār, al-Maṭbaʿa al-Amīriyya, Būlāq 1297/1879, I, S. 159f.; H.I. Gwarzo, "The Theory of Chronograms as expounded by the 18th century Katsina astronomer-mathematician Muḥammad b. Muḥammad", Research Bulletin, Centre of Arabic Documentation, Institute of African Studies, University of Ibadan, Vol. 3 No. 2 (July 1967), S. 116-23; L. Brenner, "Three Fulbe Scholars in Borno", The Maghreb Review 10 (1985), S. 107-13; A. Djebbar – M. Moyon, Les sciences arabes en Afrique, Éditions Grandvaux, Brinon sur Sauldre 2011, S. 98f.; Moyon, "Mathématiques et astronomie" (oben, Anm. 1), S. 13; A. Kani, "Mathematics in the Central Bilâd Al-Sudân", in G. Thomas Emeagwali (ed.), The Historical Development of Science and Technology in Nigeria, Ewin Mellen Press, New York 1992, S. 17-36, hier S. 23f., C. Zaslavsky, Africa Counts: Number and Pattern in African Cultures, Lawrence Hill Books, Chicago, 1999³, S. 138-51; beide hier zitiert nach Djebbar–Moyon, Les

zeigt sich in der praktischen Verbindung von Buchstabenrechnen und schriftlichem Rechnen ebenso wie in astronomischen und astrologischen Vorstellungen und Verfahren oder in der zahlenmäßigen Umsetzung von Gottesnamen, von Koranversen und dergleichen in magischen Quadraten, oder zur Konstruktion der Namen für positiv oder negativ wirksame Geistwesen.

Bemerkenswert ist dabei die konsequente Gegenüberstellung des westlich-maghribinischen und des östlichen Systems der *ab ğad*-Zahlenwerte der arabischen Buchstaben und ihrer Abweichungen. Auch dies findet sich bereits bei Muḥammad al-Kašnāwī, <sup>41</sup> es wird aber in der Kanoer Broschüre in eine übersichtliche Matrix gebracht, die auf die große praktische Bedeutung hinweist, die beide Ordnungen mittlerweile auch für den lokalen Gebrauch gewonnen haben. Dies dürfte nicht zuletzt damit zusammenhängen, dass im 20. Jh. verschiedene gedruckte Bücher zu islamischer Esoterik und Magie aus östlichen arabischen Regionen, besonders aus Ägypten, in Nigeria zirkulierten und Verwendung fanden. Hierzu gehören u.a. neben den viel verwendeten Werken von Būnī (gest.622/1225) auch Ausgaben von Abū Maʿšar al-Falakī al-kabīr, von dem Ġazālī (gest. 505/1111) zugeschriebenen Werk *al-Awfāq*, von Aḥmad b. ʿUmar ad-Dayrabī (gest. 1151/1738), *Fatḥ al-malik al-maǧīd* (besser bekannt als *al-Muǧarrabāt*) und von dem bereits erwähnten Werk von ʿAlī Abū Ḥayyallāh al-Marzūqī, *al-Ğawābir al-lammāʿa.* <sup>42</sup> Wie oben erwähnt, finden sich im letztgenannten auffällige Parallelen zu der in ḤS aufgeführten Tabelle der Zuordnungen der sieben Planeten zu den Tag- und Nachtstunden der einzelnen Wochentage (s. o. ḤS, Nr. 22) und zu den Erläuterungen zu ihrem Gebrauch; ob hier eine direkte Adaptation vorliegt oder ob es sich um unabhängig verbreitete Stoffe handelt, wäre weiter zu prüfen.

Die Darstellung des Kleinen Einmaleins anhand von abğad-Merkwörtern im hisāb al-ğummal in der babdun-bağwun-Serie, die sich in allen drei vorgestellten Schriften fand, ist bisher unseres Wissens für die Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften noch nicht beschrieben worden. Weitere Recherchen ergaben Belege für Marokko, wo der arithmetische Gebrauch der Zahlenwerte der arabischen Buchstaben zum Rechnen wie zur Herstellung von Chronogrammen traditionell in Schriften unter dem Titel Ḥammārat al-ḥisāb (gelegentlich auch als Ḥimāra), bzw. al-Ḥammāra al-kubrā vermittelt wurde, die auch die babdun-bağwun-Serie enthalten. Sie wird heute gelegentlich in Marokko als Tradition regionaler volkstümlicher Rechenkunst dargestellt.<sup>43</sup> Ferner findet sich auf der Facebook-Seite des mauretanischen Predigers und Gelehrten D. Ḥamad Awāh ein didaktisches Rağaz-Gedicht zur Multiplikation in 8vv. vor, das ebenfalls die Merkwort-Serie babdun-bağwun etc. bis yayqa wiedergibt.<sup>44</sup>

Sciences arabes, S. 98, Anm. 2; Moyon, "Mathématiques" (oben, Anm. 1), S. 13, Anm. 27; S. Reichmuth, "Autobiographical Writing and Islamic Consciousness in the Arabic Literature of Nigeria", in J. Riesz – U. Schild (eds.), Genres autobiographiques en Afrique/Autobiographical Genres in Africa, Reimer, Berlin 1996, S. 179-89, hier S. 181ff.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Kašnāwī, *Bah ğat al-āfāq*, hier zitiert nach Ms. Paris, BnF *ar*. 2635, ff. 21r-v; Übersetzung bei Gwarzo, "The Theory of Chronograms" (oben, Anm. 40), S. 117ff.

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> Siehe zur Dokumentation dieser Werke in Ilorin, S. Reichmuth, *Islamische Bildung und soziale Integration in Ilorin* (*Nigeria*) seit ca. 1800, LIT, Münster 1998, S. 376.

<sup>43</sup> Hinweis von Jaafar Al-Hajj Sulami (Univ. Tetuan), Paris, 3.7.2019. Zu al-Ḥammāra al-ṣuġrā, als Liste der Zahlwerte der Buchstaben, sowie zu al-Ḥammāra al-kubrā und ihrem Inhalt, A.Š. Binbīn – M. Ṭūbī, Muʻ ğam muṣṭalaḥāt al-maḥṭūṭ al-ʿarabī, 3. Aufl., al-Maṭbaʿa wa-l-wirāqa al-waṭaniyya, Marrākuš 2005, S. 135f., unter dem Lemma Ḥammārat al-ḥisāb. Für einen volkskundlichen Beleg siehe Muntadayāt Ğibāla, "Maʾṭūrāt šaʿbiyya: al-ʿamaliyyāt al-ḥisābiyya ...", 13.11.2011, http://montadajbala.ahlamontada.net/t1003-topic# (03.10.2020); eine weitere Abbildung aus Marokko (Titel Ḥisāb al-ǧummal aṣ-ṣaġīr wa-ḥammārat al-ḥisāb) findet sich unter https://www.facebook.com/page.aghbar.asif. nfis/posts/2252815648296704/ (01.10.2020).

<sup>44</sup> D. Ḥamad Awāh, "Hādihi l-abyāt 'ibāra 'an ǧuz' min ar-riyādiyyāt (ad-darb)", Facebook post, 22.11.2016, Facebook Seite: https://www.facebook.com/1574531539472222/posts/... (03.10.2020); erste Verszeile: al-Darbu ǧamʿu aḥadi l-aʿdādi / bi-qadri mā fī t-tānī min afrādi.

Beide Belege legen einen nordafrikanischen Hintergrund dieser mnemotechnischen Brücke zwischen Buchstabenrechnen und schriftlichem Rechnen nahe, die im Rahmen einer mathematischen Grundlagen- und Breitenbildung zu sehen sein dürfte. Es bleibt zu prüfen, inwieweit für Aufkommen und Verbreitung dieser Merkwort-Serie vielleicht die Werke zur Theorie der Kombinatorik der Buchstaben eine Rolle spielten, wie sie von den Mathematikern Ibn Mun'im und Ibn al-Bannā' in Marrakesch im 13./14.Jh. entwickelt wurde.<sup>45</sup>

Gänzlich ohne Belege außerhalb Nigerias bleibt bisher – auch nach längerer Suche "mit heißem Bemühn" – die Serie der neun Multiplikations-Aufgaben mit sechsstelligen Produkten, deren Ziffern in allen sechs Dezimalstellen identisch sind und dabei alle Ziffern von 1 – 9 umfassen. 46 Sie wurde von Alfa Isiaka Maliki nach dem Lautwert der beiden Zahlen der ersten Aufgabe als *ţallun ṭamḥakun* (Yoruba *tálun tamuhákun*) bezeichnet, ihre Aufgaben zur Darstellung der schriftlichen Multiplikation und Divison auf dem Sandbrett verwendet. Inwieweit dies eine auch sonst verbreitete Bezeichnung und Lehrpraxis war, muss vorerst offen bleiben. Wie sich zeigte, gehen die zahlentheoretischen Grundlagen der Serie weit über den Status von Beispielrechenaufgaben zum Erlernen der Multiplikation mit großen Zahlen hinaus. Inwieweit auch hier zahlenmystische Vorstellungen von den Vorzügen der Zahl Eins und ihrer Kombinationen den Hintergrund für die Konstruktion der Serie bildeten, wäre ebenfalls zu prüfen. Die Ursprungs-Frage bleibt für diese Serie ebenfalls weiter zu klären, wobei, wie oben dargelegt, die Verwendung eines für Bornu und das Hausagebiet spezifischen Buchstabens für die Null (s.o.) zumindest für die Verschriftung an eine Entstehung in der Region selbst denken lässt. Eine weiter reichende alternative Ursprungsvermutung – neben zufälligen europäischen Querverbindungen – führt in die Tradition arabischer zahlentheoretischer Texte.

Die hier für einen hisāb-Spezialisten im Ilorin der 1980er Jahre beschriebene Durchführung der Grundrechenarten auf dem Sandbrett lässt sich mit ihrem konsequenten Rechnungsweg von den höheren zu den niedrigeren Dezimalstellen und der Technik des Auslöschens und Neuschreibens der jeweiligen Zwischenergebnisse an Summand, Minuend, Multiplikand oder Dividend trotz unübersehbarer Unterschiede als später Ausläufer der Tradition des "indischen Rechnens" (al-ḥisāb al-hindī) betrachten, das sich seit dem 5./11. Jh. in der islamischen Welt verbreitete und das auch als "Brettrechnen" (ḥisāb al-taḥt) und als "Staubrechnen" (ḥisāb al-turāb/ḥisāb al-ġubār) geläufig war, allerdings auch mit dem Griffel ausgeführt werden konnte (ḥisāb bi-l-qalam).<sup>48</sup> Inwieweit das in Ilorin erhobene Beispiel einen weithin etablierten Standard für das Sandrechnen repräsentiert oder eher individuellen Charakter besitzt, müssten weitere Vergleichsstudien klären. Dies betrifft auch die Formen und die Verbreitung älterer Traditionen etwa des Fingerrechnens oder des schriftlichen Rechnens in der arabisch-islamischen Bildung Nigerias, und auch die Methodik von Zeitrechnung

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Hierzu Djebbar-Moyon, *Sciences arabes* (oben, Anm. 40), S. 74ff., 78ff.; siehe dazu auch die ausführliche Rezension von B. Benaouda, "Revisiter la production scientifique de langue arabe dans l'Afrique du nord et subsaharienne", *Africa Review of Books/Revue africaine des livres* 9/2 (2013), S. 20-2, hier S. 21.

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Siehe zu einem weiteren Lehrgedicht aus Kano, das diese Aufgaben behandelt und dessen Auswertung ebenfalls geplant ist, Anm. 15.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> Siehe dazu etwa E. Doutté, *Magie & Religion dans l'Afrique du Nord*, Geuthner, Paris 1984, S. 175, 177, 189. Besonders die Zahlen 1, 11, 101, 111, 1.001 werden von ihm für ihren magischen Charakter erwähnt, und er verweist auf eine Abhandlung von Būnī zu den besonderen Kräften der Zahlen 1.111, 222, 333, etc., die sich in der Dezimalserie der *ab ğad-*Merkwörter (s.o.) finden lassen.

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> U. Rebstock, *Rechnen im islamischen Orient. Die literarischen Spuren der praktischen Rechenkunst*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1992, S. 95ff.

und astronomisch-astrologischen Berechnungen,<sup>49</sup> die im traditionellen Bildungskanon ebenfalls in den Bereich des *ḥisāb* fallen und die hier nicht weiter berücksichtigt werden konnten. Auch die traditionelle Rechenpraxis der muslimischen Gelehrten und Händler in den Bereichen des Erbrechts und der kommerziellen Transaktionen konnte für Nigeria noch nicht angemessen dokumentiert werden. Ebenfalls fällt auf, dass die Dokumentation von Handschriften mathematischen Inhalts für Nigeria und den Zentralsudan im Vergleich zu anderen Bereichen Westafrikas und der westlichen Sahara bisher nur sehr lückenhaft erscheint, obwohl den führenden Gelehrten Nordnigerias im 18. und 19. Jahrhunderts im allgemeinen ein hohes Bildungsniveau auch in diesem Bereich nachgesagt wird.<sup>50</sup> Der Vergleich mit der Situation in Mauretanien zeigt dort eine weitaus breiter gefächerte Literatur, zu der auch Werke maurischer Gelehrter selbst gehören.<sup>51</sup> Für Kano bietet die bereits mehrfach erwähnte Sammlung von Handschriften aus dem Nachlass des weit gereisten Kanoer Händler-Gelehrten 'Umar Falke (gest. 1962), der sich mehrfach längere Zeit in Ilorin aufhielt, in ihrem Bestand an *ḥisāb*-Texten ein Profil für diese Disziplin, das dem für Ilorin beschriebenen gut vergleichbar ist.<sup>52</sup>

Die Besonderheiten der Grundrechenarten und ihrer Stellung im Bildungskanon und in der islamischen gelehrten wie populären religiösen und "weltlichen" Praxis<sup>53</sup> in Nigeria, die hier anhand einer Fallstudie aus Ilorin herausgearbeitet wurden, verdienen jedenfalls weitere vergleichende Untersuchungen.

Dies wird an der Hausa-Broschüre ḤS in besonderem Maße deutlich. Es wäre irreführend, sie als Einführung in die Arithmetik zu betrachten; vielmehr präsentiert sie sich als eine bunte, bildhafte, kunnāš-artige Sammlung, geradezu ein Schaustück von arithmetischem wie astronomischastrologischem Grundwissen, gestaltet mit ebenso bemerkenswerter Ungenauigkeit wie mit sichtbarer Freude am Dekor. Auch Zahlen und Tabellen besitzen bekanntlich ihre Rhetorik, und die Rechenelemente des Kleinen Einmaleins und der neun "Schnapszahl"-Multiplikationen bieten ein ebenso bildhaftes wie poetisches Memorandum zur Einführung in eine Welt, in der sich Zahlen und Buchstaben mit ihren arithmetischen und kosmologischen Qualitäten durchdringen, deren Macht auch im Alltag spürbar wird. Für die Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften, zu deren Erforschung Rüdiger Arnzen in so vielfältiger Weise beigetragen hat, bieten die Broschüre und die hier vorgestellten Handschriften aus Nigeria ein lehrreiches Beispiel für die bislang noch kaum beachtete Ausbreitung und kulturelle Adaption arabischen mathematischen Wissens in einer Randregion der islamischen Welt.

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> Hierzu bereits Hiskett, "Arab Star-Calendar" (oben, Anm. 19); Rebstock, "Brücke des Rechnens" (oben, Anm. 17).

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> Siehe z.B. Hiskett, "Arab Star-Calendar" (oben, Anm. 19), S. 170f.; A. Kani, *The Life and Works of Abd al-Qādir b. al-Muṣṭafā: A Critical Edition of his Works and Historiographical Approach*, Ph.D. Ahmadu Bello University, Zaria 1987; ders., *The Intellectual Origins of Islamic Jihad in Nigeria*, al-Hoda, London 1988; Brenner, "Three Fulbe Scholars" (oben, Anm. 40); Djebbar-Moyon, *Les Sciences arabes* (oben, Anm. 40), S. 97f.; Moyon, "Mathématiques" (oben, Anm. 1), S. 13, 16.

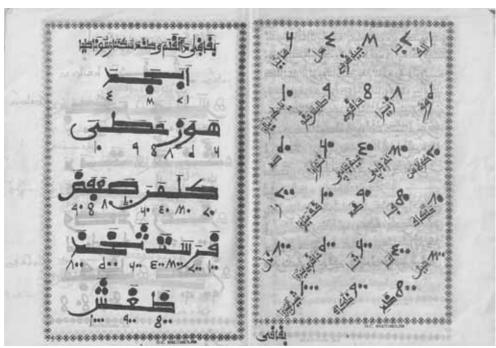
<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Siehe hierzu den Überblick in U. Rebstock, "Arabic Mathematical Manuscripts in Mauretania", *BSOAS* 53/3 (1990), S. 429-41.

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> Zu 'Umar Falke und seinen Schriften Hunwick, *Arabic Literature of Africa* (oben, Anm. 40), Vol. 2, S. 276-83; zu seinem Nachlass and Handschriften A. Mohammed, *A Hausa Scholar-Trader and his Library Collection: the Case Study of Umar Falke of Kano*, Ph. D. Northwestern University, Evanston 1978; siehe den Online-Katalog der Handschriften an der Northwestern University Library unter https://search.library.northwestern.edu/primo-explore/search?tab=arabic\_ms&vid=AFRINEW&sortby=rank; sowie die West African Arabic Manuscripts Database (WAAMD), University of Berkeley, https://waamd.lib.berkeley.edu/home (beide zuletzt konsultiert am 03.10.2020).

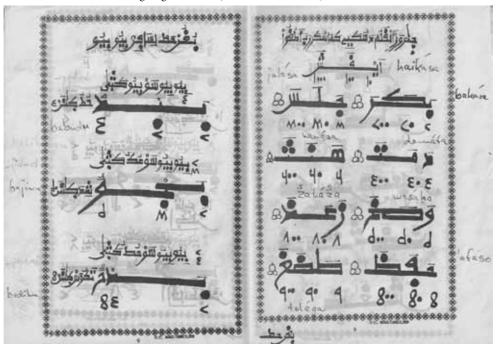
<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> Vgl. hierzu auch die zusammenfassende Charakterisierung von Moyon, "Mathématiques" (oben, Anm. 1), S. 16.



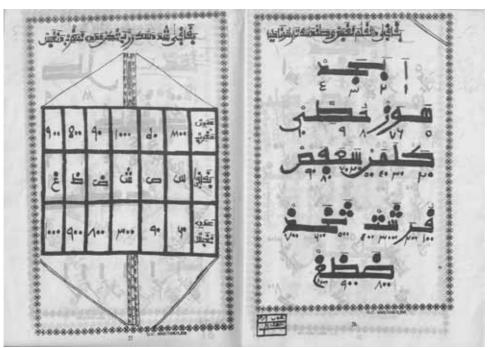
Abbildung 1. Titelblatt der Broschüre "*Ḥisāb leicht gemacht*" (*Ḥisaabi a saukakee*), Kano o. J. (ḤS Nr. 1, s.o. S. 311). Siehe die für das Hausa spezifischen Schreibungen für den Vokal ee in Zeile 1 (saukakee), 4 (gamee neeman), auch verwendet für das Null-Zeichen in ṭallun ṭamḥakun (dazu ḤS Nr. 11, S. 316).



**Abbildung 2.** *Hisaabi a saukakee*, p. 6: Verzeichnis der arabischen Ziffern (westliche Schreibung) und der ihnen zugeordneten Buchstaben, die mit ihren Namen in Hausa angegeben sind (HS Nr. 3, s.o. S. 312). P. 7: *ab ğad-*Merkwörter (westliches System) für die Zahlwerte der arabischen Buchstaben, die jeweils als Ziffern unter den ihnen zugeordneten Buchstaben in westlicher Schreibung aufgeführt sind (HS Nr. 4, s.o. S. 312f.).



**Abbildung 3.** *Ḥisaabi a sauƙaƙee*, p. 8: Merkwort-Reihe für die neun arabischen Ziffern mit ihren dekadischen Triaden  $(n \bullet 10^0 - n \bullet 101 - n \bullet 10^2)$ , wiederum in westlicher Schreibung (ḤS Nr. 5, s.o. S. 313). P. 9: Anfang des Kleinen Einmaleins in *abǧad*-Notation: *babdun*  $(2 \bullet 2 = 4) - baǧuun$   $(2 \bullet 3 = 6) - badhun$   $(2 \bullet 4 = 8)$ . Dazwischen und daneben Notizen von SR zur Aussprache der Merkwörter durch den Informanten (Alfa Isiaka Maliki) in Ilorin (ḤS Nr. 5, s.o. S. 313f.).



**Abbildung 4.** *Hisaabi a saukakee*, p. 26: *abǧad*-Merkwörter (östliches System) für die Zahlwerte der arabischen Buchstaben, die jeweils als Ziffern unter den ihnen zugeordneten Buchstaben in östlicher Schreibung aufgeführt sind (ḤS Nr. 9, s.o. S. 315). P. 27: Tabelle mit der Gegenüberstellung der im westlichen (*na magrib*) und östlichen System (*na gabas*) abweichenden Zahlenwerte der arabischen Buchstaben (ḤS Nr. 10, s.o. S. 315f.).

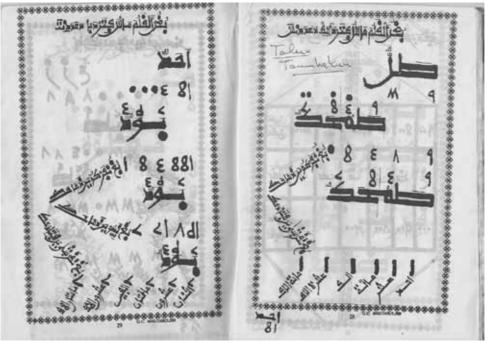
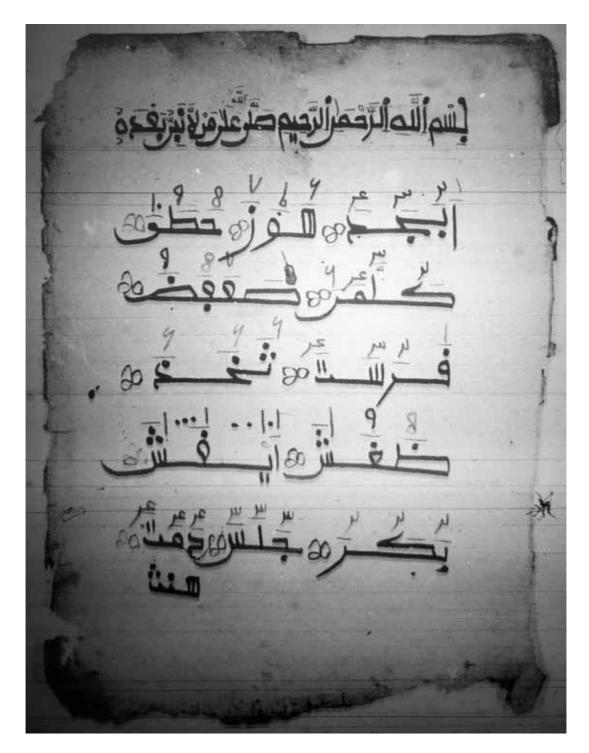
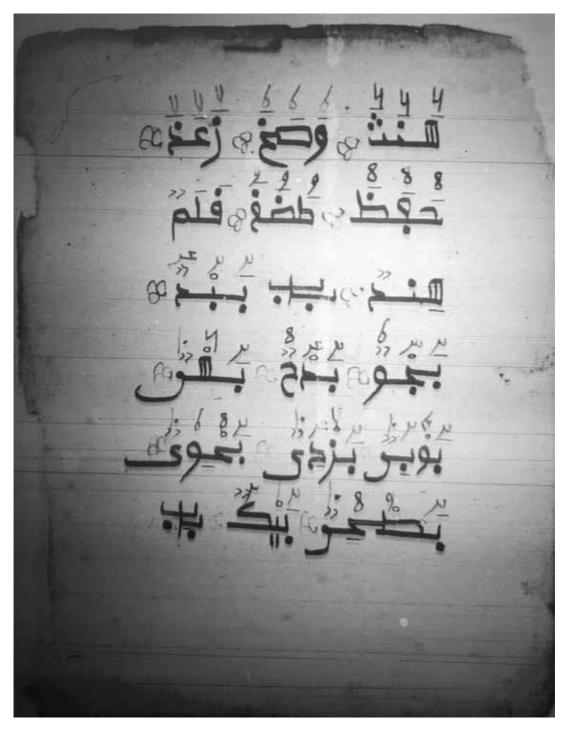


Abbildung 5. Hisaabi a saukakee, S. 28: ṭallun ṭamḥakun (39 • 2.849 = 111.111): die erste der neun Multiplikations-Aufgaben, mit sechsstelligen Produkten, deren Ziffern in allen sechs Dezimalstellen identisch sind und dabei alle Ziffern von 1 – 9 umfassen. Multiplikand und Multiplikator werden dabei ebenfalls mit arabischen Buchstaben zu Merkwörtern zusammengefasst. Daneben Notiz von SR zur Aussprache durch den Informanten (Alfa Maliki) in Ilorin (HS Nr. 11, s.o. S. 315, 317). S. 29: ahadun bawadun (481 • 462 = 222.222): die zweite der neun Multiplikationsaufgaben (HS Nr. 11, s.o. S. 315, 317).

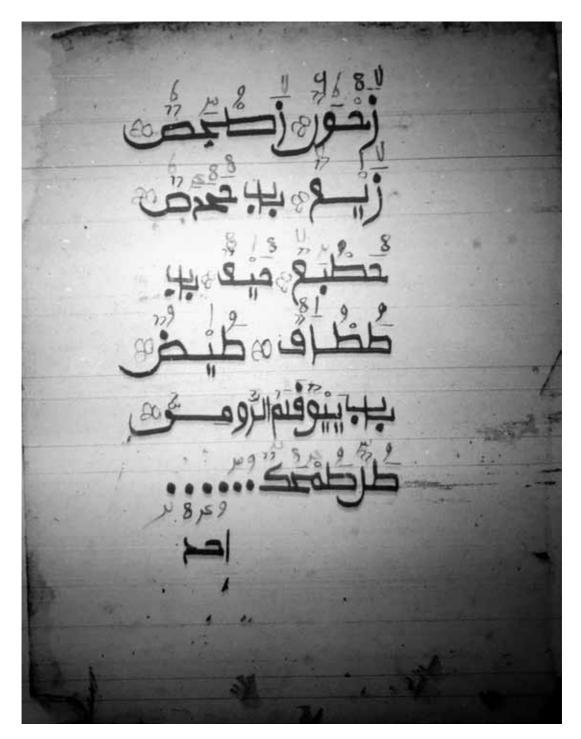


## Abbildung 6.

Ms Ikirun (University of Ibadan Library, microfilm no. 509), S. 1/2-5: abǧad-Merkwörter 1-1.000 (abaǧada [sic]-bawaza – haṭaya [sic] etc.) nach westlichem System, Ziffern stehen über den zugeordneten Buchstaben. S. 1.5-6: Merkwörter für Zahlenwerte der Buchstaben gemäß der Dezimalstellen der einzelnen Ziffern (ayqaša 1-10-100-1.000, bakara 2-20-200, ǧalasa 3-30-300, damata 4-40-400) nach westlichem System (Ms Ikirun Nr. 1, 2, s. o. S. 322).



**Abbildung 7.** Ms Ikirun, p. 2.1-2: Rest der Merkwörter für die Zahlenwerte der Buchstaben gemäß der Dezimalstellen der einzelnen Ziffern (banata 5-50-500, waṣaha 6-60-600, za'ada 7-70-700, hafaza 8-80-800, tadaga 9-90-900) nach westlichem System (Ms Ikirun Nr. 2, s.o. S. 322). S. 2/2-6: Anfang des Kleinen Einmaleins in  $ab \check{g}ad$ -Notation: qalamun hindun "indischer qalam" – Multiplikationen mit 2 ( $ba\~a$ ): babdun (2 • 2 = 4) –  $ba\check{g}wun$  (2 • 3 = 6) – badhun (2 • 4 = 8) (p. 9) – bahyun (2 • 5 = 10) – bawbiyyun (2 • 6 = 12) – bazdiyyun (2 • 7 = 14) (S. 10) – bahwiyyun (2 • 8 = 16) – bathiyyun (2 • 9 = 18 – baykun (2 • 10 = 20) (Ms Ikirun Nr. 3, s.o. S. 322).

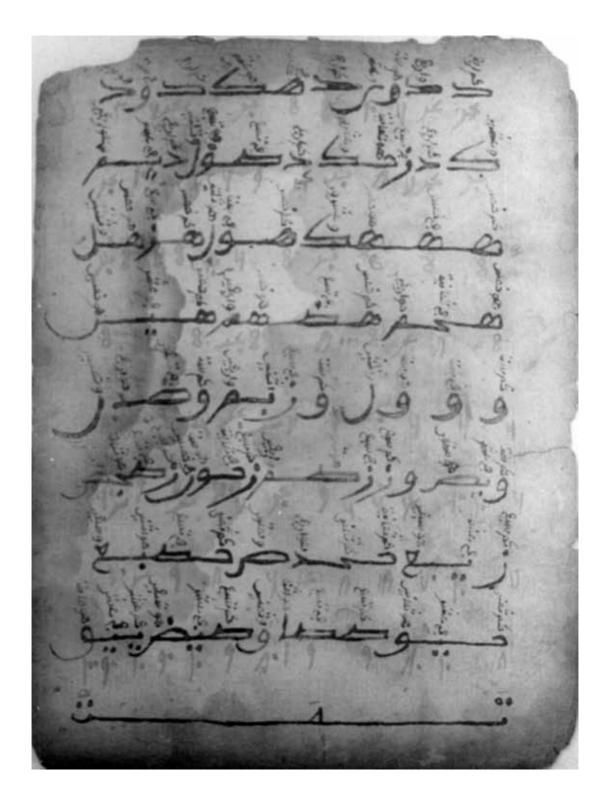


## Abbildung 8.

Ms Ikirun, S. 5/1-5: Ende des Kleinen Einmaleins in abğad-Notation, zahwanun  $(7 \bullet 8 = 56)$  – zaṭ ğaṣun  $(7 \bullet 9 = 63)$  - zayʻun  $(7 \bullet 10 = 70)$ ; haḥdaṣun  $(8 \bullet 8 = 64)$  - haṭbaʻun  $(8 \bullet 9 = 72)$  - hayfun  $(8 \bullet 10 = 80)$  - ṭaṭ'afun  $(9 \bullet 9 = 81)$  - ṭayḍun  $(9 \bullet 10 = 90)$  - yayqa  $(10 \bullet 10 = 100)$  (Ms Ikirun Nr. 3, s.o. S. 322f.); P. 5/5-6: Anfang der Neuner-Serie der mit ṭallun ṭamḥakun  $(39 \bullet 2.849)$  beginnenden großen Multiplikationsaufgaben; qalamu r-rūmī "griechischer (=europäischer?) qalam" (Ms Ikirun Nr. 4, s.o. S. 323).



**Abbildung 9.** Ms Gbodofu (Ilorin) f. 1r.1-3: Merkwort-Liste des *ab ğad* (*aba ğada – hawaza - ḥaṭaya* etc.); f. 1r3-5: Merkwort-Liste der nach Dezimalstellen ihres Zahlwertes geordneten Buchstaben (*ayqaša – bakara – ǧalasa* etc.) (Ms Gbodofu Nr. 1, 2, s.o. S. 324); f. 1r6-9: Kleines Einmaleins in Merkwörtern, mit Ziffern unter den zugeordneten Buchstaben: *babdun* (2 • 2 = 4) bis *ǧaylun* (3 • 10 = 20) (Ms Gbodofu Nr. 3, s.o. S. 324f.).



**Abbildung 10.** Ms Gbodofu (Ilorin), f. 2(1-8): Rest des Kleinen Einmaleins in Merkwörtern: dadwiyyun (4 • 4 = 16) bis yayqa (10 • 10 = 100). Östliche Schreibung der Ziffern unter den Merkwörtern! (Ms Gbodofu, Nr. 3, s.o. S. 324ff.).



Finito di stampare anno 2020 presso le Industrie Grafiche della Pacini Editore S.r.l. Via A. Gherardesca • 56121 Pisa Tel. 050 313011 • Fax 050 3130300 www.pacinieditore.it